ORAL DE MATHEMATIQUES

**HEC ECE**

**ENONCE NUMERO 8**

Toutes les variables aléatoires qui interviennent dans cet exercice sont définies sur le même espace probabilisé $(\Omega, \mathcal{A}, P)$.

Soit $(X_n)_{n\geq 1}$ une suite de variables aléatoires indépendantes de loi uniforme sur $[0,1]$.

**1)**

Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on pose $U_n$ la variable aléatoire $\min(X_1, X_2, \ldots, X_n)$.

**a)** Calculer la fonction de répartition de $U_n$.

**b)** Démontrer que, pour tout $\varepsilon > 0$, la probabilité $P([U_n \geq \varepsilon])$ tend vers 0 lorsque $n$ tend vers $+\infty$.

**2)**

Compléter la deuxième ligne du code Scilab suivant pour que la fonction "minu" simule la variable $U_k$ pour la valeur $k$ du paramètre.

```
function u=min(k)
x=....
u=min(x)
endfunction
```

**3)**

Soit $p \in ]0,1[$ et $Z$ la variable aléatoire telle que, pour tout réel $x$ :

$$P([Z \leq x]) = \sum_{k=1}^{+\infty} p(1-p)^{k-1} P([U_k \leq x])$$

(on admet qu'il existe une telle variable et qu'elle possède une densité)

**a)** Justifier, pour tout $x \in [0,1]$, l'égalité :

$$P([Z \leq x]) = 1 - \frac{p(1-x)}{p+(1-p)x}$$

**b)** En déduire une densité de $Z$.

**4–a)**

Justifier que la fonction Scilab suivante fournit une simulation de la variable $Z$ de la question précédente.

```
function z=geomin(p)
z=minu(grand(1,1,'geom',p))
endfunction
```

**b)** De quel nombre réel les instructions suivantes fournissent-elles une valeur approchée et pourquoi ?


© EDUKLUB SA
Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.
Extrait gratuit de document, le document original comporte 4 pages.