



ORAL DE MATHEMATIQUES

HEC ECE

ENONCE NUMERO 7

1) _____

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\forall x \in \mathbb{R}$, $f_n(x) = \begin{cases} x^n \exp(-\frac{x^2}{2}) & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

a) Etablir la convergence de l'intégrale $\int_0^{+\infty} f_n(x)dx$. On pose alors $I_n = \int_0^{+\infty} f_n(x)dx$.

b) Déterminer une relation de récurrence entre I_{n+1} et I_n .

c) Calculer I_0 et I_1 .

2-a) _____

Montrer que f_1 est une densité de probabilité.

b) Tracer la courbe représentative de f_1 dans une repère orthogonal.

Dans la suite on note X une variable aléatoire définie sur un espace probabilisé (Ω, \mathcal{A}, P) , de densité f_1 .

c) Déterminer la fonction de répartition F de X .

d) Justifier l'existence de l'espérance $E(X)$ de X et de sa variance $V(X)$. Calculer $E(X)$ et $V(X)$.

4) _____

On pose $Y = X^2$.

a) Montrer que Y est une variable aléatoire à densité.

b) Quelle est la loi de Y ?