ORAL DE MATHEMATIQUES

HEC ESCP

PROBABILITE ENONCE NUMERO 6

1)

Soit X une variable aléatoire définie sur un espace probabilisé $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ et suivant la loi normale centrée réduite. Soit $Y = X^2$.

a) Montrer que Y est une variable à densité dont on donnera une densité.

b) Montrer que Y admet une espérance et une variance et déterminer ces deux moments.

c) Quelle est la loi de $\frac{1}{2}Y^2$.

2)

On considère l'endomorphisme f de $\mathbb{R}^3$ dont la matrice relativement à la base canonique de $\mathbb{R}^3$ est $A = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

Montrer que f est un projecteur orthogonal dont on précisera les éléments caractérisques.

3)

Un point M, extrémité d'un vecteur V, est placé de manière aléatoire dans l'espace $\mathbb{R}^3$, rapporté à un repère orthonormé.

L'espace $\mathbb{R}^3$ est muni de sa structure euclidienne canonique (on note $||.||$ la norme associée).

On suppose que les coordonnées (X, Y, Z) de M sont des variables aléatoires indépendantes qui suivent chacune la loi normale centrée réduite.

a) Déterminer la loi de la variable aléatoire $\frac{1}{2}||V||^2 = \frac{1}{2}||\overrightarrow{OM}||^2$.

b) Soit $\mathcal{P}$ le plan d'équation $x + y + z = 0$. On note D la variable aléatoire égale à la distance de M au plan $\mathcal{P}$.

Montrer que D est une variable aléatoire à densité et en donner une densité.

c) Quelle est la distance moyenne de M au plan $\mathcal{P}$?

© EDUKLUB SA
Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.
Extrait gratuit de document, le document original comporte 4 pages.