ORAL DE MATHEMATIQUES

HEC ESCP

PROBABILITE ENONCE NUMERO 4

Soit X une variable aléatoire définie sur un espace probabilisé $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ de densité f continue sur $\mathbb{R}$, nulle sur $\mathbb{R}_-$ et de classe C^1 sur $\mathbb{R}_+$.

On suppose également que l'intégrale $\displaystyle\int_0^{+\infty} f^2(t)dt$ converge.

1)

Montrer que pour tout $x \geq 0$, l'intégrale $\displaystyle\int_x^{+\infty} \frac{f(t)}{t}dt$ converge. On pose alors

$$h(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ \displaystyle\int_x^{+\infty} \frac{f(t)}{t}dt & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

2)

Montrer que la fonction h est une densité de probabilité.

3)

Soit U une variable aléatoire définie sur $(\Omega, \mathcal{A}, P)$, indépendante de X et suivant la loi uniforme sur $[0,1]$. On pose $Y = XU$ et $Z = X - Y$.

a) Déterminer les lois respectives de $\ln X$ et de $\ln U$.

b) Déterminer la loi de Y et celle de Z.

© EDUKLUB SA
Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.
Extrait gratuit de document, le document original comporte 4 pages.