



ORAL DE MATHEMATIQUES

HEC ESCP

PROBABILITE ENONCE NUMERO 4

Soit X une variable aléatoire définie sur un espace probabilisé (Ω, \mathcal{A}, P) de densité f continue sur \mathbb{R} , nulle sur \mathbb{R}_- et de classe C^1 sur \mathbb{R}_+ .

On suppose également que l'intégrale $\int_0^{+\infty} f^2(t) dt$ converge.

1) _____

Montrer que pour tout $x \geq 0$, l'intégrale $\int_x^{+\infty} \frac{f(t)}{t} dt$ converge. On pose alors

$$h(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ \int_x^{+\infty} \frac{f(t)}{t} dt & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

2) _____

Montrer que la fonction h est une densité de probabilité.

3) _____

Soit U une variable aléatoire définie sur (Ω, \mathcal{A}, P) , indépendante de X et suivant la loi uniforme sur $[0, 1]$. On pose $Y = XU$ et $Z = X - Y$.

a) Déterminer les lois respectives de $\ln X$ et de $\ln U$.

b) Déterminer la loi de Y et celle de Z .