



ORAL DE MATHEMATIQUES

HEC ESCP

PROBABILITE ENONCE NUMERO 1

Soit n un entier supérieur ou égal à 2. On considère une urne contenant n boules numérotées de 1 à n .

1) _____

On effectue une série de tirages successifs et sans remise d'une boule de cette urne jusqu'à obtenir la boule numérotée n . On note X_1 le nombre de tirages ainsi effectués. Déterminer la loi de X_1 et son espérance.

Les deux questions suivantes étudient deux prolongements possibles de l'expérience à l'issue de cette première série de tirages.

2) _____

Après cette première série de tirages, on continue de sortir les boules de l'urne jusqu'à obtenir le plus grand des numéros restants. On note X_2 le nombre de tirages ainsi effectués (si à l'issue de la première série de tirages l'urne est vide, on décide que X_2 prend la valeur 0).

a) Déterminer la loi de X_2 et vérifier que $\sum_{j=0}^{n-1} P(X_2 = j) = 1$.

b) Les variables X_1 et X_2 sont-elles indépendantes ?

c) Calculer l'espérance de X_2 .

3) _____

Après cette première série de tirages, s'il reste au moins une boule dans l'urne, on tire une boule au hasard et l'on note X_3 le numéro obtenu (si l'urne est vide on convient que X_3 prend la valeur 0).

a) Déterminer la loi du couple (X_1, X_3) .

b) Déterminer la loi de X_3 .