

1 HEC ESCP ORAL MATH



ORAL DE MATHEMATIQUES

HEC ESCP

PROBABILITE ENONCE NUMERO 1

Soit n un entier supérieur ou égal à 2. On considère une urne contenant n boules numérotées de 1 à n .
1)
On effectue une série de tirages successifs et sans remise d'une boule de cette urne jusqu'à obtenir la boule numérotée n . On note X_1 le nombre de tirages ainsi effectués
Déterminer la loi de X_1 et son espérance.
Les deux questions suivantes étudient deux prolongements possibles de l'expérience à l'issue de cette première série de tirages.
2)
Après cette première série de tirages, on continue de sortir les boules de l'urne jusqu'è obtenir le plus grand des numéros restants. On note X_2 le nombre de tirages ains effectués (si à l'issue de la première série de tirages l'urne est vide, on décide que X_2 prend la valeur 0).
a) Déterminer la loi de X_2 et vérifier que $\sum_{j=0}^{n-1} P(X_2 = j) = 1$.
b) Les variables X_1 et X_2 sont-elles indépendantes ?

- Après cette première série de tirages, s'il reste au moins une boule dans l'urne, on tire une boule au hasard et l'on note X_3 le numéro obtenu (si l'urne est vide on convient que X_3 prend la valeur 0).
- a) Déterminer la loi du couple (X_1, X_3) .
- b) Déterminer la loi de X_3 .

c) Calculer l'espérance de X_2 .