



EXERCICES D'INFORMATIQUE



INFORMATIQUE

ENONCE DE L'EXERCICE

ENONCE-43

On observe à partir d'un instant $t=0$, un système qui tombe en panne de façon aléatoire (on suppose que le système est immédiatement réparé après une panne). On note :

- N_t le nombre de pannes survenues jusqu'à l'instant t .
- $S_0 = 0$, S_1 la durée de fonctionnement du système avant la première panne et, pour tout $n \geq 2$, S_n la durée de fonctionnement du système entre la $n-1$ -ième panne et la n -ième panne.

On suppose que la suite (S_n) est une suite de variables indépendantes et que, pour tout $n \geq 1$, S_n suit la loi exponentielle de paramètre λ strictement positif.

On montre que, pour tout $t \in \mathbb{R}_+^*$: $N_t = \max \left\{ n \in \mathbb{N} / \sum_{i=0}^n S_i < t \right\}$.

On dit que $(N_t)_{t \geq 0}$ est un processus de Poisson.

1) _____

Ecrire une fonction `simuleN` de paramètres d'entrée t et λ qui simule la variable N_t

Construire, à l'aide de cette fonction, un échantillon N de taille 10000 de N_1 (pour $t=1$) et $\lambda=2$.

Estimer la loi de N_1 à l'aide de cet échantillon.

Donner une représentation graphique avec l'instruction `bar`.

2) _____

On démontre que N_t suit une loi de Poisson ; écrire une fonction `parametreN` de paramètres d'entrée λ, t, n , qui construit un échantillon de taille n de N_t et qui donne, en sortie, une estimation du paramètre de N_t à l'aide de cet échantillon.

3) _____

On note $\phi(\lambda, t)$ le paramètre de N_t . Représenter sur le même graphique les fonctions $\phi(\lambda)$ pour $\lambda = 1, 2, 3, 4, 5$ sur l'intervalle $[0, 1]$.

Que remarque-t-on ?