



## EXERCICES D'INFORMATIQUE



### INFORMATIQUE

### ENONCE DE L'EXERCICE

#### ENONCE-43

On observe à partir d'un instant  $t=0$ , un système qui tombe en panne de façon aléatoire (on suppose que le système est immédiatement réparé après une panne). On note :

- $N_t$  le nombre de pannes survenues jusqu'à l'instant  $t$ .
- $S_0 = 0$ ,  $S_1$  la durée de fonctionnement du système avant la première panne et, pour tout  $n \geq 2$ ,  $S_n$  la durée de fonctionnement du système entre la  $n-1$ -ième panne et la  $n$ -ième panne.

On suppose que la suite  $(S_n)$  est une suite de variables indépendantes et que, pour tout  $n \geq 1$ ,  $S_n$  suit la loi exponentielle de paramètre  $\lambda$  strictement positif.

On montre que, pour tout  $t \in \mathbb{R}_+^*$  :  $N_t = \max \left\{ n \in \mathbb{N} / \sum_{i=0}^n S_i < t \right\}$ .

On dit que  $(N_t)_{t \geq 0}$  est un processus de Poisson.

1) \_\_\_\_\_

Écrire une fonction `simuleN` de paramètres d'entrée  $t$  et  $\lambda$  qui simule la variable  $N_t$

Construire, à l'aide de cette fonction, un échantillon  $N$  de taille 10000 de  $N_1$  (pour  $t=1$ ) et  $\lambda=2$ .

Estimer la loi de  $N_1$  à l'aide de cet échantillon.

Donner une représentation graphique avec l'instruction `bar`.

2) \_\_\_\_\_

On démontre que  $N_t$  suit une loi de Poisson ; écrire une fonction `parametreN` de paramètres d'entrée  $\lambda, t, n$ , qui construit un échantillon de taille  $n$  de  $N_t$  et qui donne, en sortie, une estimation du paramètre de  $N_t$  à l'aide de cet échantillon.

3) \_\_\_\_\_

On note  $\phi(\lambda, t)$  le paramètre de  $N_t$ . Représenter sur le même graphique les fonctions  $\phi(\lambda)$  pour  $\lambda = 1, 2, 3, 4, 5$  sur l'intervalle  $[0, 1]$ .

Que remarque-t-on ?