



EXERCICES D'INFORMATIQUE



INFORMATIQUE

ENONCE DE L'EXERCICE

ENONCE-40

n est un entier naturel non nul. Une urne contient n boules numérotées de 1 à n . On effectue dans cette urne deux tirages successifs d'une boule selon le protocole suivant.

Si l'on note k le numéro de la première boule tirée, cette boule est remise dans l'urne avec k boules supplémentaires portant toutes le numéro k . On effectue alors le deuxième tirage.

X est la variable aléatoire prenant pour valeurs le numéro de la première boule tirée et Y la variable aléatoire prenant pour valeurs le second numéro tiré.

1) _____

Ecrire un programme qui

entre un entier n ,

simule 1000 fois l'expérience et garde les simulations de X et de Y dans deux vecteurs lignes de taille (1,1000)

calcule la matrice des $p_{i,j} = P(X = i, Y = j)$ (dite matrice de contingence)

Détermine les lois marginales de X et Y .

2) _____

Tracer le nuage de points associé au couple (X,Y) .

Déterminer la covariance de (X,Y) , les variances de X et Y , le coefficient de corrélation.

Déterminer la droite de régression de y en x et la tracer dans le même repère que le nuage de points.

CORRIGE DE L'EXERCICE NUMERO 40

1)

Pour le fun.

$$X(\Omega) = Y(\Omega) = \llbracket 1, n \rrbracket.$$

X suit la loi uniforme sur $\llbracket 1, n \rrbracket$

$$p_{i,j} = P(X = i) \times P_{[X=i]}(Y = j) = \begin{cases} \frac{1}{n} \frac{1}{n+i} & \text{si } j \neq i \\ \frac{1}{n} \frac{j+1}{n+j} & \text{si } j = i \end{cases}$$

Je vais faire deux simulations ; l'une avec $N=100$ et l'autre avec $N=1000$

Pour simuler le deuxième tirage, je vais utiliser la loi uniforme sur $\llbracket 1, n+k \rrbracket$ où k est la valeur prise par X . Je conviendrai que les n premiers numéros correspondent à l'urne initiale et les suivants de $n+1$ à $n+k$ représentent les k boules que l'on a rajoutées.

Programme

```
n=input('entrez un entier n strictement positif n ')
```

```
N=input('N=..... ')
```

```
X=grand(1,N,"uin",1,n)
```

```
Y=zeros(1,N)
```

```
for i=1:N
```

```
    T=grand(1,1,'uin',1,n+X(i))
```

```
        if T<=n then
```

```
            if T<>X(i) then Y(i)=T
```

```
                else Y(i)=X(i)
```

```
            end
```

```
        else Y(i)=X(i)
```

```
    end
```

```
end
```

Remarque : une autre façon d'écrire la boucle

```
for i=1:N
```

```
    T=grand(1,1,'uin',1,n+X(i))
```

```
        if T<=n&T<> X(i) then Y(i)=T
```

```
            else Y(i)=X(i)
```

```
    end
```

```
end
```

```
F=zeros(n,n)
```

```
for i=1:N
```

```
    F(X(i),Y(i))=1+F(X(i),Y(i))
```

```
end
```

```
F=F/N
```

Des explications sur la construction de la matrice F . Les valeurs prises par (X,Y) sont les couples $(X(i),Y(i))$.