



## EXERCICES D'INFORMATIQUE



### INFORMATIQUE

### ENONCE DE L'EXERCICE

#### ENONCE-40

$n$  est un entier naturel non nul. Une urne contient  $n$  boules numérotées de 1 à  $n$ . On effectue dans cette urne deux tirages successifs d'une boule selon le protocole suivant.

Si l'on note  $k$  le numéro de la première boule tirée, cette boule est remise dans l'urne avec  $k$  boules supplémentaires portant toutes le numéro  $k$ . On effectue alors le deuxième tirage.

$X$  est la variable aléatoire prenant pour valeurs le numéro de la première boule tirée et  $Y$  la variable aléatoire prenant pour valeurs le second numéro tiré.

1) \_\_\_\_\_

Ecrire un programme qui

entre un entier  $n$ ,

simule 1000 fois l'expérience et garde les simulations de  $X$  et de  $Y$  dans deux vecteurs lignes de taille (1,1000)

calcule la matrice des  $p_{i,j} = P(X = i, Y = j)$  (dite matrice de contingence)

Détermine les lois marginales de  $X$  et  $Y$ .

2) \_\_\_\_\_

Tracer le nuage de points associé au couple  $(X,Y)$ .

Déterminer la covariance de  $(X,Y)$ , les variances de  $X$  et  $Y$ , le coefficient de corrélation.

Déterminer la droite de régression de  $y$  en  $x$  et la tracer dans le même repère que le nuage de points.

## CORRIGE DE L'EXERCICE NUMERO 40

1)

Pour le fun.

$$X(\Omega) = Y(\Omega) = \llbracket 1, n \rrbracket.$$

X suit la loi uniforme sur  $\llbracket 1, n \rrbracket$

$$p_{i,j} = P(X = i) \times P_{[X=i]}(Y = j) = \begin{cases} \frac{1}{n} \frac{1}{n+i} & \text{si } j \neq i \\ \frac{1}{n} \frac{j+1}{n+j} & \text{si } j = i \end{cases}$$

Je vais faire deux simulations ; l'une avec  $N=100$  et l'autre avec  $N=1000$

Pour simuler le deuxième tirage, je vais utiliser la loi uniforme sur  $\llbracket 1, n+k \rrbracket$  où  $k$  est la valeur prise par  $X$ . Je conviendrai que les  $n$  premiers numéros correspondent à l'urne initiale et les suivants de  $n+1$  à  $n+k$  représentent les  $k$  boules que l'on a rajoutées.

Programme

```
n=input('entrez un entier n strictement positif n ')
```

```
N=input('N=..... ')
```

```
X=grand(1,N,"uin",1,n)
```

```
Y=zeros(1,N)
```

```
for i=1:N
```

```
    T=grand(1,1,'uin',1,n+X(i))
```

```
        if T<=n then
```

```
            if T<>X(i) then Y(i)=T
```

```
                else Y(i)=X(i)
```

```
            end
```

```
        else Y(i)=X(i)
```

```
    end
```

```
end
```

**Remarque :** une autre façon d'écrire la boucle

```
for i=1:N
```

```
    T=grand(1,1,'uin',1,n+X(i))
```

```
        if T<=n&T<> X(i) then Y(i)=T
```

```
            else Y(i)=X(i)
```

```
    end
```

```
end
```

```
F=zeros(n,n)
```

```
for i=1:N
```

```
    F(X(i),Y(i))=1+F(X(i),Y(i))
```

```
end
```

```
F=F/N
```

Des explications sur la construction de la matrice  $F$ . Les valeurs prises par  $(X, Y)$  sont les couples  $(X(i), Y(i))$ .