



## EXERCICES DE MATHEMATIQUES



### VARIABLES ALEATOIRES DISCRETES

#### ENONCE DE L'EXERCICE-VIII

Soit  $n$  un entier naturel supérieur ou égal à 2. Une urne contient  $n$  cartons numérotés de 1 à  $n$ . On extrait les  $n$  cartons un à un et sans remise et on note  $T_k$  le numéro obtenu au  $k^{\text{ème}}$  tirage. Soit  $Z_n$  la variable égale au plus petit indice  $j$  tel que  $T_j > T_{j+1}$  si cet indice existe, sinon  $Z_n = n$ .

- 1) Pour  $k \in \mathbb{N}$  calculer  $P(Z_n > k)$  et en déduire la loi de probabilité de  $Z_n$ .
- 2) Montrer que la suite  $(Z_n)$  converge en loi vers une variable notée  $Z$ .
- 3) Calculer  $E(Z_n)$  sous la forme d'une somme et donner un équivalent de cette espérance quand  $n \rightarrow +\infty$ .

Calculer  $E(Z)$ .