ANALYSE INTEGRALES

ENONCE DE L'EXERCICE–III

On pose pour tout x réel, $\varphi(x) = e^{-x^2}\displaystyle\int_0^x e^{t^2}dt$

1) Montrer que φ est de classe $\mathcal{C}^\infty$ sur $\mathbb{R}$ et que :

$\forall n \in \mathbb{N}^*,\ \forall x \in \mathbb{R},\ \varphi^{(n+1)}(x) = -2x\varphi^{(n)}(x) - 2n\varphi^{(n-1)}(x)$

2) Montrer que φ admet un développement limité en 0 à tout ordre N. Déterminer ce développement limité.

3) Montrer que $\forall x \geq 1,\ \displaystyle\int_1^x e^{t^2}dt = \frac{e^{x^2}}{2x} - \frac{e}{2} + \frac{1}{2}\int_1^x \frac{e^{t^2}}{t^2}dt$.

Etudier le fonction $f\ : t \mapsto \dfrac{e^{t^2}}{t^4}$ sur $[1, +\infty[$ et en déduire que $\displaystyle\int_1^x e^{t^2}dt \underset{(+\infty)}{\sim} \frac{e^{x^2}}{2x}$. Montrer alors que $\varphi(x) \underset{(+\infty)}{\sim} \dfrac{1}{2x}$.

© EDUKLUB SA
Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 4 pages.