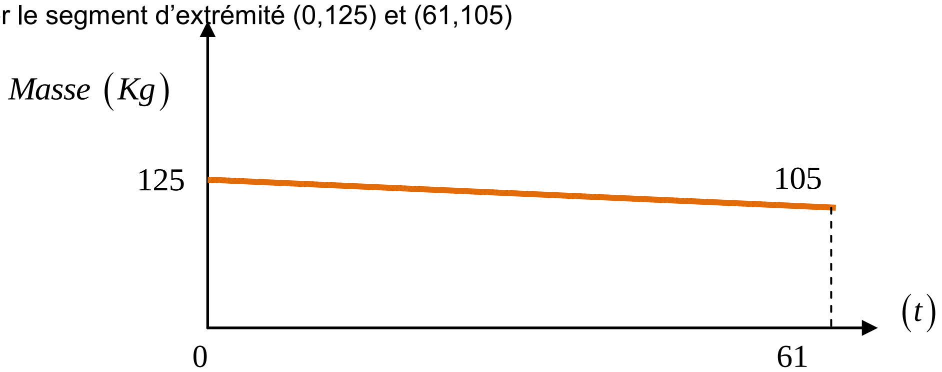
Q1 : Tracer l'évolution temporelle de la masse de l'ensemble (caisse + carter + sable) au cours du cycle et indiquer les valeurs maximales et minimales de la masse. Donner la masse de sable perdue au cours du cycle, notée M_S.

Dans le cas étudié ici, l'ensemble carter (repère 1) + caisse a une masse de 125 kg au début du cycle (avec le sable) et 105 kg à la fin du cycle. La durée complète du cycle est de 61 secondes. On supposera que, tout au long du cycle, la quantité de sable évacuée est une fonction affine du temps

Il faut donc tracer le segment d'extrémité (0,125) et (61,105)



La masse perdue durant le cycle vaut donc 125 -105 = 20 Kg

Q2 : Indiquer la nature du mouvement de la caisse (repère 2 de la figure 5) par rapport au bâti (repère 0 de la figure 5).

Les quatre points des quatre liaisons pivots (C1, B1, par extrapolation sur la figure 5 les deux de droite devant être C2 et B2) forment un parallélogramme déformable (rectangle dans le cas de la figure 5).

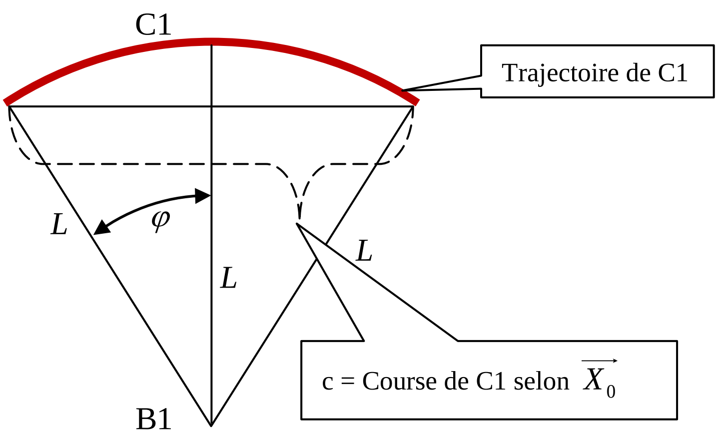
Les cotés opposés restent donc toujours parallèles, on peut donc en déduire que le mouvement de 2/0 est une translation (pas de changement d'orientation relative de 2/0)

La trajectoire du point C1 lié à 2 etant un arc de cercle de centre B1, on en déduit que cette translation est circulaire

Le mouvement de 2/0 est une translation circulaire

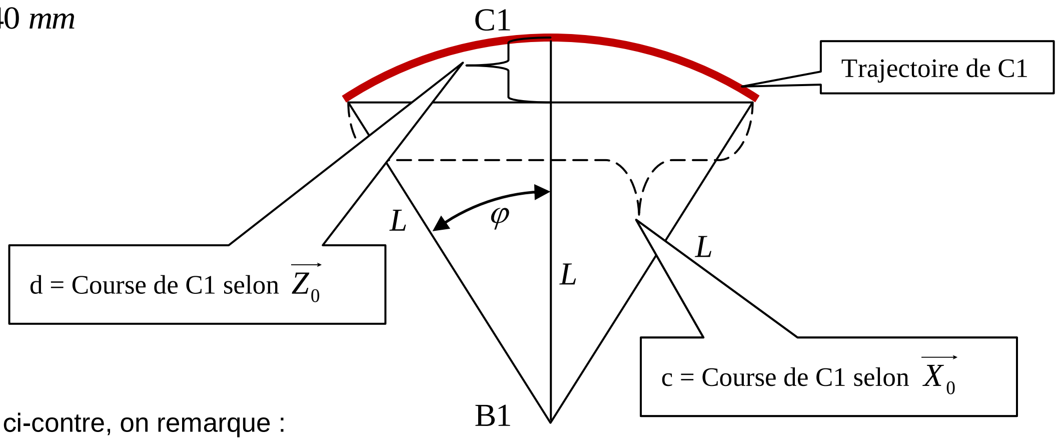
Q3 : Faire un schéma faisant apparaître la trajectoire du point C1 dans son mouvement par rapport au bâti (0). On rappelle que C1 est le centre de la liaison pivot caisse (repère 2) / biellette (repère 3). Indiquer la course du point C1 selon $\overrightarrow{X_0}$ sur votre schéma.

On pose $L = \mathrm{B1C1} = 280\ \mathrm{mm}$



Q4 : Calculer la valeur du déplacement du point C1 sur l'axe $\overrightarrow{Z_0}$ pour un déplacement variant de – 20 mm à +20 mm sur l'axe $\overrightarrow{X_0}$

$$c = 2L\sin\varphi = 40\ mm$$



D'après la figure ci-contre, on remarque :

$$d = L - L\cos\varphi = L\left(1-\sqrt{1-\sin^2\varphi}\right) = L\left(1-\sqrt{1-\frac{c^2}{4L^2}}\right)$$

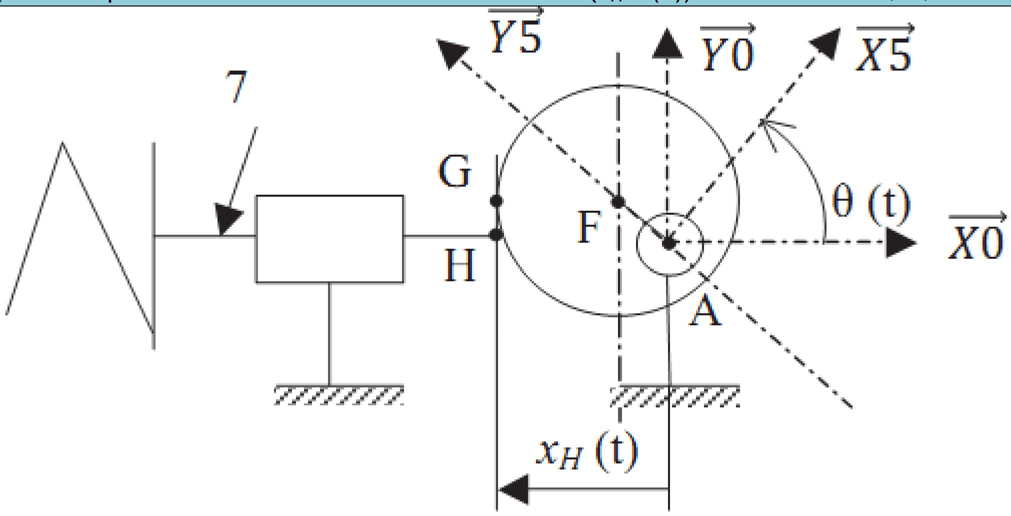
$$\boxed{d = \frac{2L-\sqrt{4L^2-c^2}}{2}}$$

Soit numériquement $\boxed{d = 0{,}715\ mm}$

Q5 : Calculer le ratio de la valeur du déplacement du point C1 sur l'axe $\overrightarrow{Z_0}$ sur la valeur du déplacement sur l'axe $\overrightarrow{X_0}$

$$\boxed{ratio = \frac{d}{c} = \frac{0{,}715}{40} = 1{,}78\%}$$

Q6 : Exprimer la loi entrée sortie du mécanisme ($x_H = f(\theta)$) en fonction de e, R, θ et x_H (t)

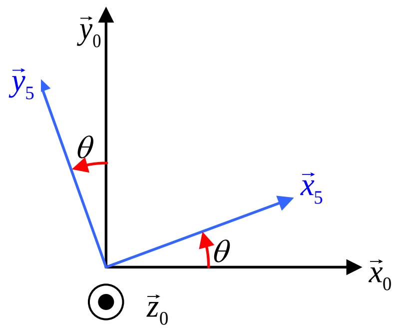


Ecrivons la fermeture géométrique faisant intervenir les paramètres de la relation demandée :

$\vec{0} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{GH} + \overrightarrow{HA}$

Ce qui donne avec le paramétrage du sujet : $\vec{0} = e\vec{Y}_5 - R\vec{X}_0 + y_g\vec{Y}_0 + x_h(t)\vec{X}_0 - d\vec{Z}_0$

Pour obtenir l'expression de $x_h(t)$, il reste donc à projeter sur $\vec{X}_0$, en utilisant la figure de travail de passage de la base 0 à la base 5 :



Soit $0 = -e\sin\theta - R + x_h(t)$

D'où l'expression recherchée : $\boxed{x_h(t) = R + e\sin\theta}$

Q7 : En déduire la vitesse $\vec{V}_{(H\in 7/R0)}$ en fonction de : e , $\dot{\theta}(t)$, $\theta(t)$

Le point H étant lié au solide 7, lui-même en translation de direction $\vec{x}_0$ (modélisation de la translation circulaire par une glissière) dont la position est repéré par la quantité $x_h(t)$.

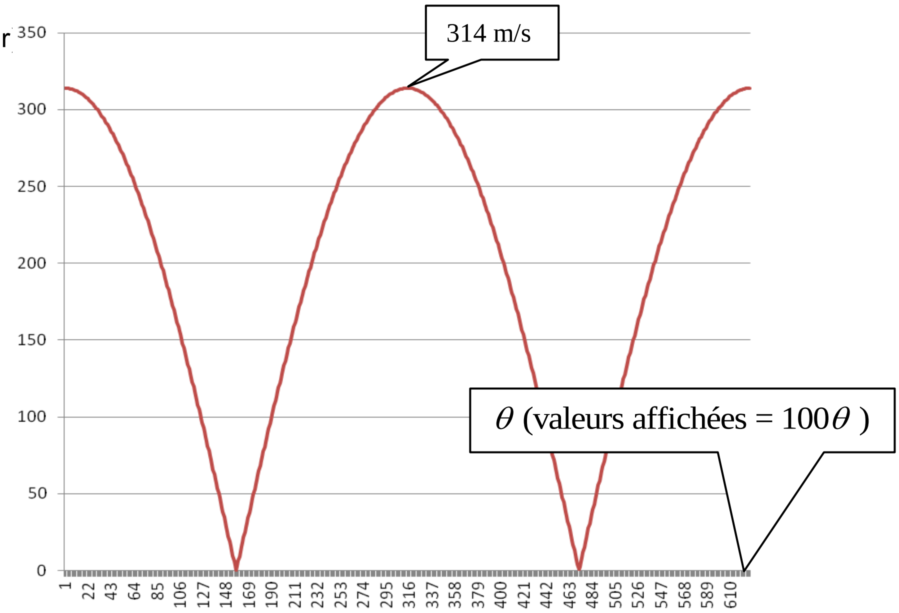
La vitesse étant la dérivée de la position, on a $\vec{V}_{(H\in 7/R0)} = \dot{x}_h\vec{x}_0$

Ce qui donne en utilisant le résultat de la question 6 : $\boxed{\vec{V}_{(H\in 7/R0)} = e\dot{\theta}\cos\theta\,\vec{x}_0}$

Q8 : Tracer la norme du vecteur $\vec{V}_{(H\in 7/R0)}$ en fonction θ variant de 0 à 2π, avec : $e = 2\ mm$ et $\dot{\theta}(t) = \dot{\theta}_0 = 157\ rad/s$

On a donc à tracer la fonction : $\left\|\vec{V}_{(H\in 7/R0)}\right\| = e\dot{\theta}\left|\cos\theta\right| = 314\left|\cos\theta\right|$

Ce qui donne (à l'aide d'un tableur



Q9 : Sans expliciter les composantes, Faire le bilan des actions agissant sur l'ensemble 1+2.

En isolant l'ensemble $\{1+2\}$, on a comme actions mécaniques extérieures à ce système :

- Action mécanique à distance de la pesanteur
- Action mécanique de liaison par la glissière non parfaite avec le bâti
- Actions mécaniques des ressorts 4 et 4'

Q10 : Donner l'expression littérales des résultantes des actions $\vec{F}_{4\to(1+2)}$ et $\vec{F}_{4'\to(1+2)}$ en projection sur $\vec{X}_0$ en fonction de x_H(t), xs(t),k ,lo, lr

Un ressort exerce une force s'opposant à sa déformation et proportionnelle à celle-ci.

On a donc :

- $\boxed{\vec{F}_{4\to(1+2)} = k\left(l_0 - l_r - x_S\right)\vec{x}_0}$
- $\boxed{\vec{F}_{4'\to(1+2)} = -k\left(l_0 - l_r + x_S - x_H\right)\vec{x}_0}$

Q11 : En appliquant le principe fondamental de la dynamique, donner la relation entre x_H(t), xs(t), f, k, Mc et leurs dérivées.

L'ensemble $\{1+2\}$ étant en glissière avec le bâti, si l'on ne veut pas voir apparaitre dans la relation écrite une inconnue de liaison, il faut écrire le théorème la où celle-ci est connue :

L'action mécanique de liaison par la glissière avec frottement est de la forme :

$$\left\{T_{0\to(1+2)}\right\} = \underbrace{\left\{\begin{matrix} 0 & L_{012} \\ Y_{012} & M_{012} \\ Z_{012} & N_{012} \end{matrix}\right\}_{b0}^{\forall P\in \text{ espace}}}_{\text{glissière parfaite}} + \underbrace{\left\{\begin{matrix} \pm fV_{\text{glissement}} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\}_{b0}^{\forall P\in \text{ espace}}}_{\text{frottement visqueux}} = \underbrace{\left\{\begin{matrix} -f\,\dot{x}_S & L_{012} \\ Y_{012} & M_{012} \\ Z_{012} & N_{012} \end{matrix}\right\}_{b0}^{\forall P\in \text{ espace}}}_{\text{glissière avec frottement}} +$$

Il faut donc écrire le théorème faisant intervenir la composante entourée ci-dessus, c'est-à-dire le théorème de la résultante projeté sur l'axe de la glissière, à savoir $\vec{x}_0$:

Ce qui donne :

$$M_C \underbrace{\vec{a}_{G/0}.\vec{x}_0}_{\ddot{x}_S} = \underbrace{\vec{F}_{4\to(1+2)}.\vec{x}_0}_{k\left(l_0-l_r-x_S\right)} + \underbrace{\vec{F}_{4'\to(1+2)}.\vec{x}_0}_{-k\left(l_0-l_r+x_S-x_H\right)} + \underbrace{\vec{R}_{\vec{g}\to(1+2)}.\vec{x}_0}_{0} + \underbrace{\vec{R}_{0\to(1+2)}.\vec{x}_0}_{-f\,\dot{x}_S}$$

Soit : $M_C\ddot{x}_S = k\left(l_0 - l_r - x_S\right) - k\left(l_0 - l_r + x_S - x_H\right) - f\,\dot{x}_S$, ce qui se simplifie de la façon suivante :

$$\boxed{M_C\ddot{x}_S + f\,\dot{x}_S + 2k\,x_S = k\,x_H}$$

