



EXERCICES DE MATHÉMATIQUES



ANALYSE

ENONCE DE L'EXERCICE

ENONCE-35

Soit E l'ensemble des polynômes P à coefficients complexes vérifiant :

$$\forall x \in \mathbb{C}, P(x)P(x+1) + P(x^2) = 0 \quad (1)$$

- 1) Trouver les polynômes constants vérifiant (1)
- 2) On suppose que P a un degré supérieur ou égal à un et que P appartient à E .
 - a) Si α est une racine de P , montrer que $\forall p \in \mathbb{N}$, α^{2^p} est aussi une racine de P . Que peut-on en conclure sur le module de α ? (se rappeler que P a un nombre fini de racines)
 - b) Montrer que $(\alpha - 1)^2$ est aussi une racine de P . Quelles sont les valeurs possibles de α ?
- 3) Montrer qu'un polynôme de E de degré supérieur ou égal à un est de la forme $x \mapsto -x^n(1-x)^n$ où $n \in \mathbb{N}^*$.
Quels sont les polynômes de E ?