



EXERCICES DE MATHEMATIQUES



ANALYSE

ENONCE DE L'EXERCICE

ENONCE-33

Soit $n \in \mathbb{N}^*$, $\forall x \in \mathbb{R}$, $P_n(x) = \sum_{k=0}^n \frac{x^k}{k!}$ et $\forall x \in \mathbb{R} - \{1\}$, $g(x) = \frac{e^x}{1-x}$

1) Montrer que g est de classe C^∞ sur $\mathbb{R} - \{1\}$

Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, et tout $x \in \mathbb{R} - \{1\}$, calculer $g^{(n)}(x)$ en utilisant P_n

2) Montrer que

$$\forall x \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{N}^*, 1 = e^x P_n(-x) + \frac{(-1)^{n+1}}{n!} \int_0^x e^t t^n dt$$

3) Dédurre du 2) le nombre de racines réelles de $P_n(x)$ puis de $g^{(n)}(x) = 0$