PROBABILITES

ENONCE DE L'EXERCICE

ENONCE–29

Pour $x \in \mathbb{R}$, on pose $\Gamma(x) = \displaystyle\int_0^{+\infty} t^{x-1}e^{-t}dt$.

1) Montrer que l'intégrale converge si et seulement si $x > 0$.

2) Calculer $\Gamma(n)$ pour $n \in \mathbb{N}^*$.

3) On suppose $x > 0$ et on considère l'application de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par :

$$f_x(t) = \begin{cases} \dfrac{1}{\Gamma(x)}e^{-t}t^{x-1} & \text{si } t > 0 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Montrer que f_x est une densité.

4) Dans cette question $x \in \mathbb{N}^*$.

Soit Y_x une variable aléatoire réelle admettant f_x pour densité (on dit que Y_x suit la loi $\gamma(x)$) et X une variable définie sur le même espace et suivant une loi de Poisson de paramètre m. Montrer que $P(X < x) = P(Y_x > m)$ (On pourra faire une récurrence sur x).

 Jean MALLET, Michel MITERNIQUE et France MALLET-ZOUTU © EDUKLUB SA
Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 4 pages.