



## EXERCICES DE MATHEMATIQUES



### PROBABILITES

### ENONCE DE L'EXERCICE

#### ENONCE-26

Soit  $X$  une variable à densité, notée  $f$ , et admettant une espérance. On considère l'application  $\Phi_X$  définie par :

$$\Phi_X(x) = \frac{\int_x^{+\infty} t f(t) dt}{\int_x^{+\infty} f(t) dt}.$$

1) a) Montrer que  $\Phi_X$  est définie pour tous les réels tels que

$$\int_x^{+\infty} f(t) dt \neq 0.$$

b) Montrer qu'il existe un intervalle  $] -\infty; A]$  sur lequel  $\int_x^{+\infty} f(t) dt \geq \frac{1}{2}$ .

c) Déterminer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \Phi_X(x)$ .

2) On suppose dans cette question que  $X \leftrightarrow \mathcal{E}(\lambda)$  (sur  $\mathbb{R}_+$ ).

a) Montrer que  $\Phi_X$  est définie sur  $\mathbb{R}$ .

b) Calculer  $\Phi_X(x)$  pour tout  $x \in \mathbb{R}$ .

3) Lorsque  $X$  suit une loi uniforme sur  $[a, b]$  où  $a < b$ , déterminer l'ensemble de définition de  $\Phi_X$  puis calculer  $\Phi_X(x)$  lorsque  $x$  est dans l'ensemble de définition de  $\Phi_X$ .