



EXERCICES DE MATHEMATIQUES



PROBABILITES

ENONCE DE L'EXERCICE

ENONCE-26

Soit X une variable à densité, notée f , et admettant une espérance. On considère l'application Φ_X définie par :

$$\Phi_X(x) = \frac{\int_x^{+\infty} t f(t) dt}{\int_x^{+\infty} f(t) dt}.$$

1) a) Montrer que Φ_X est définie pour tous les réels tels que

$$\int_x^{+\infty} f(t) dt \neq 0.$$

b) Montrer qu'il existe un intervalle $] -\infty; A]$ sur lequel $\int_x^{+\infty} f(t) dt \geq \frac{1}{2}$.

c) Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} \Phi_X(x)$.

2) On suppose dans cette question que $X \leftrightarrow \mathcal{E}(\lambda)$ (sur \mathbb{R}_+).

a) Montrer que Φ_X est définie sur \mathbb{R} .

b) Calculer $\Phi_X(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

3) Lorsque X suit une loi uniforme sur $[a, b]$ où $a < b$, déterminer l'ensemble de définition de Φ_X puis calculer $\Phi_X(x)$ lorsque x est dans l'ensemble de définition de Φ_X .