



## EXERCICES DE MATHEMATIQUES



### PROBABILIES

### ENONCE DE L'EXERCICE

#### ENONCE-25

Pour tout réel  $x > 0$ , on pose

$$\Gamma(x) = \int_0^{+\infty} e^{-t} t^{x-1} dt.$$

On rappelle que cette fonction  $\Gamma$  est définie sur  $]0; +\infty[$ .

1) Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = \begin{cases} abx^{a-1}e^{-bx^a} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

où  $a$  et  $b$  sont des réels fixés strictement positifs.

Montrer que  $f$  est une densité de probabilité.

2) Soit  $X$  une variable admettant  $f$  pour densité.

a) Déterminer la fonction de répartition de  $X$ .

b) Calculer son espérance à l'aide de la fonction  $\Gamma$ .

3) Soit  $Y = bX^a$ . Déterminer la loi de  $Y$  et en déduire son espérance et sa variance.