



EXERCICES DE MATHEMATIQUES



PROBABILIES

ENONCE DE L'EXERCICE

ENONCE-25

Pour tout réel $x > 0$, on pose

$$\Gamma(x) = \int_0^{+\infty} e^{-t} t^{x-1} dt.$$

On rappelle que cette fonction Γ est définie sur $]0; +\infty[$.

1) Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \begin{cases} abx^{a-1}e^{-bx^a} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

où a et b sont des réels fixés strictement positifs.

Montrer que f est une densité de probabilité.

2) Soit X une variable admettant f pour densité.

a) Déterminer la fonction de répartition de X .

b) Calculer son espérance à l'aide de la fonction Γ .

3) Soit $Y = bX^a$. Déterminer la loi de Y et en déduire son espérance et sa variance.