



## EXERCICES DE MATHÉMATIQUES



### PROBABILITES

#### ENONCE DE L'EXERCICE

##### ENONCE-23

1) a) Vérifier que :

$$I = \int_0^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2} = \frac{\pi}{2}.$$

b) On pose  $J = \int_0^{+\infty} \frac{dx}{(1+x^2)^2}$ .

Montrer que  $J$  est une intégrale convergente.

c) En intégrant  $I$  par parties, trouver une relation entre  $I$  et  $J$  : en déduire la valeur de  $J$ .

2) Soit  $a$  un réel. On considère l'application  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a}{(1+x^2)^2} & \text{pour } x \geq 0 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Déterminer  $a$  pour que  $f$  soit une densité.

3) Soit  $X$  une variable admettant  $f$  pour densité. Calculer  $E(X)$  et  $V(X)$ .