PROBABILITES

ENONCE DE L'EXERCICE

ENONCE–1

Soit X une variable aléatoire définie sur un espace probabilisé, de densité une application de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ notée f. On pose $Y = [X]$ (où $[X]$ désigne la partie entière de X) .

1) Pour $n \geq 1$, on note

$$E_n = \int_0^{n+1} tf(t)dt \quad \text{et} \quad S_n = \sum_{k=0}^{n} k \int_k^{k+1} f(t)dt.$$

a) Montrer que :

$$S_n \leq E_n \leq S_n + \sum_{k=0}^{n} p(Y = k).$$

b) Montrer que $E(X)$ existe si et seulement si $E(Y)$ existe et qu'alors on a l'inégalité suivante :

$$E(Y) \leq E(X) \leq E(Y) + 1.$$

2) On suppose ici que X suit la loi exponentielle de paramètre λ (sur $\mathbb{R}_+$).

a) Déterminer $E(Y)$

b) Retrouver l'encadrement du b) de la question précédente.

 Jean MALLET, Michel MITERNIQUE et France MALLET-ZOUTU © EDUKLUB SA
Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 4 pages.