PROBABILITES

ENONCE DE L'EXERCICE

ENONCE−1

Soit X une variable aléatoire définie sur un espace probabilisé, de densité une application de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ notée f. On pose $Y = [X]$ (où $[X]$ désigne la partie entière de X) .

1) Pour $n \geq 1$, on note

$$E_n = \int_0^{n+1} tf(t)dt \quad \text{et} \quad S_n = \sum_{k=0}^{n} k \int_k^{k+1} f(t)dt.$$

a) Montrer que :

$$S_n \leq E_n \leq S_n + \sum_{k=0}^{n} p(Y = k).$$

b) Montrer que $E(X)$ existe si et seulement si $E(Y)$ existe et qu'alors on a l'inégalité suivante :

$$E(Y) \leq E(X) \leq E(Y) + 1.$$

2) On suppose ici que X suit la loi exponentielle de paramètre λ (sur $\mathbb{R}_+$).

a) Déterminer $E(Y)$

b) Retrouver l'encadrement du b) de la question précédente.

 Jean MALLET, Michel MITERNIQUE et France MALLET-ZOUTU