

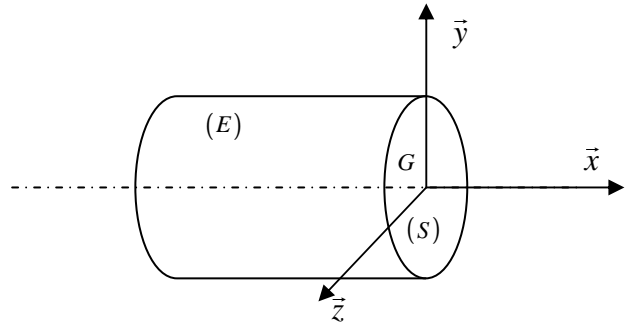


RESISTANCE DES MATERIAUX
TORSION SIMPLE

1. DEFINITION

La section droite (S) est sollicitée en torsion lorsque le torseur de cohésion de la section droite est de la forme :

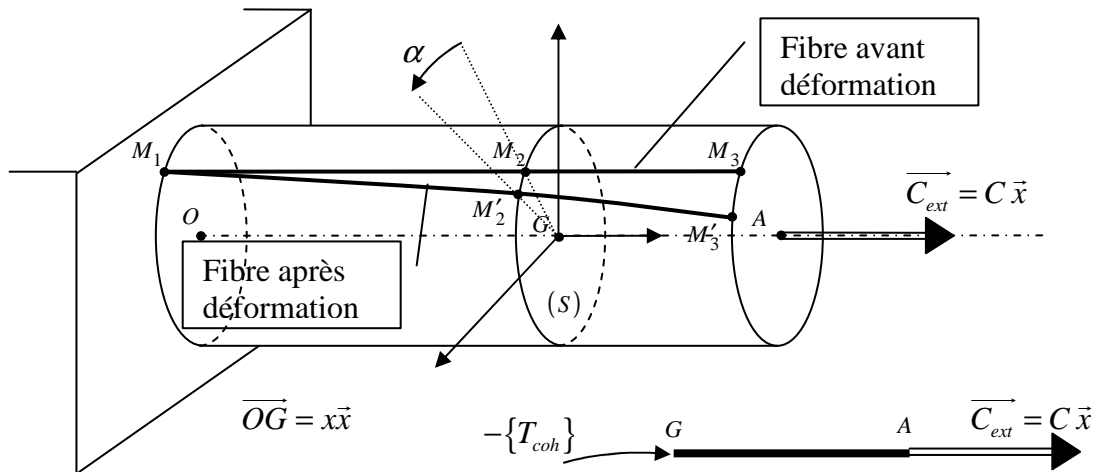
{T_cohesion} = {N M_t; T_y M_fy; T_z M_fz} = {0 M_t; 0 0; 0 0}



Avec x normale extérieure à la section droite (S).

2. ETUDE EXPERIMENTALE DES DEFORMATIONS

On soumet une barre cylindrique encastree à son extremité gauche O, à un couple suivant son axe à l'autre extremité A.



Le calcul du torseur de cohésion, en conservant la partie droite en G, permet de constater :

- {N M_t; T_y M_fy; T_z M_fz} + {0 C; 0 0; 0 0} = {0 0; 0 0; 0 0}, {T_coh} = {N M_t; T_y M_fy; T_z M_fz} = {0 C; 0 0; 0 0}

sollicitee en torsion.

On fait croître C à partir de 0 Nm et on mesure les déformations, on constate :

- Les sections droites normales à la ligne moyenne avant déformations restent normales (planes = hypothèse de RdM) après déformations.
• La distance entre 2 sections droites ne change pas.

- Le déplacement d'une section droite correspond à une rotation d'un angle α autour de la ligne moyenne.

On relève la courbe ci-contre :

Zone élastique :

Partie linéaire, jusqu'à la valeur C_e :

α est proportionnel au couple appliqué C . Dans cette zone, si on annule le couple extérieur, la déformation disparaît.

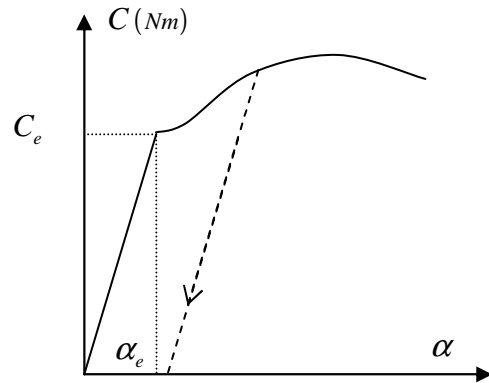
Zone plastique :

Au delà de la partie linéaire, la déformation augmente encore et si on annule le couple appliqué C , il reste une déformation permanente

L'essai se termine par la rupture à l'extrémité droite de la courbe.

Angle unitaire de torsion :

Dans le domaine élastique, on note θ la déformation angulaire relative : $\theta = \frac{\alpha(x)}{x}$



3. CONTRAINTES

La théorie de l'élasticité permet de montrer que la contrainte est tangentielle

Si, à l'intérieure de la section droite (vue ci-contre), la contrainte est en plus tangentielle et constante pour ρ constant, on peut montrer que ce champ de contrainte est conforme au torseur de cohésion trouvé précédemment :

Pour cela il faut intégrer le champ de contrainte sur l'ensemble de la section droite, ce qui donne :

$$d\vec{f} = \vec{C}(M, \vec{x}) ds = \tau(\rho) \vec{z}_1 ds$$

$$\text{Soit : } \overline{R_{coh}} = \int_0^{2\pi} \int_0^r d\vec{f} = \int_0^{2\pi} \int_0^r \tau(\rho) \vec{z}_1 ds = \int_0^{2\pi} \int_0^r \tau(\rho) (-\sin \beta \vec{y} + \cos \beta \vec{z}) \rho d\rho d\beta$$

$$\text{Or } \int_0^{2\pi} \sin \beta d\beta = \int_0^{2\pi} \cos \beta d\beta = 0, \text{ d'où } \overline{R_{coh}} = \vec{0}$$

De plus

$$\overline{M_{coh}} = \int_0^{2\pi} \int_0^r \overline{GM} \wedge d\vec{f} = \int_0^{2\pi} \int_0^r \rho \vec{y}_1 \wedge \tau(\rho) \vec{z}_1 ds = \int_0^{2\pi} \int_0^r \rho \tau(\rho) \vec{x} \rho d\rho d\beta = 2\pi \vec{x} \left[\int_0^r \rho^2 \tau(\rho) d\rho \right]$$

$$\text{Soit } M_{fy} = M_{fz} = 0$$

