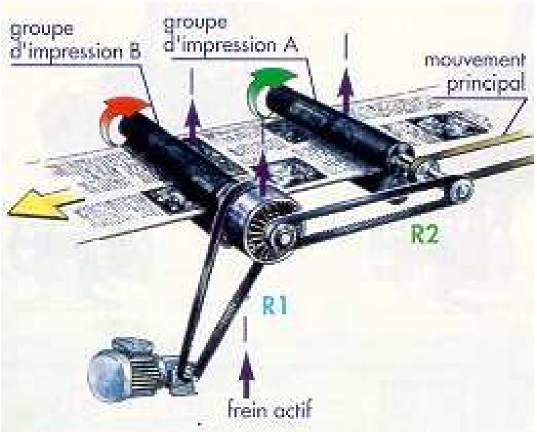
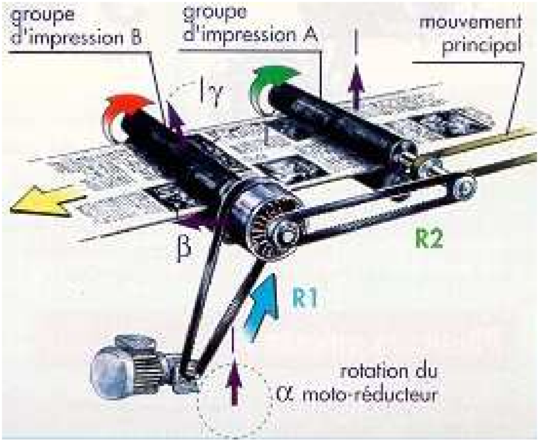
Calage angulaire de rouleaux d'imprimerie.

Présentation :

Pour obtenir une impression graphique en plusieurs couleurs, il faut faire passer une feuille à imprimer entre différents rouleaux d'impression (des couleurs primaires par exemple). Pour la qualité de l'impression il est nécessaire de positionner angulairement plusieurs rouleaux d'impression les uns par rapport aux autres.
La solution proposée utilise la propriété "différentiel" d'une poulie Redex pour réaliser cette fonction.



Fonctionnement normal.

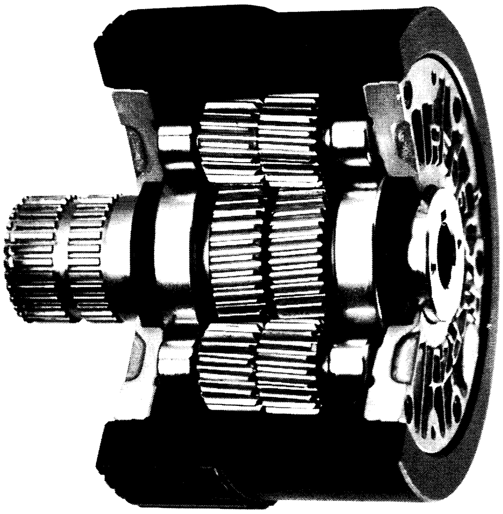


Correction des écarts de position.

Le poste d'impression est constitué de deux groupes d'impression entraînés à l'aide d'une courroie crantée par un moteur principal non représenté. Chaque groupe (ou rouleau) d'impression imprime entre autre une croix de positionnement. Un capteur optique (non représenté) permet de détecter les écarts de position entre les différentes croix. Ces mesures viennent alors alimenter le moteur de calage qui fait varier légèrement la position du rouleau A par rapport au rouleau B. Ceci de manière à faire coïncider les 2 croix de positionnement.

La poulie Redex (photo ci-contre) possède 3 jeux de satellites, pour l'étude et le schéma cinématique de travail, on se limitera à un seul jeu, ce qui ne change rien à la cinématique du mécanisme.

Notations : On note ω_{ij} , la vitesse de rotation du solide i par rapport au solide j et, θ_{ij} l'angle du solide i par rapport au solide j.



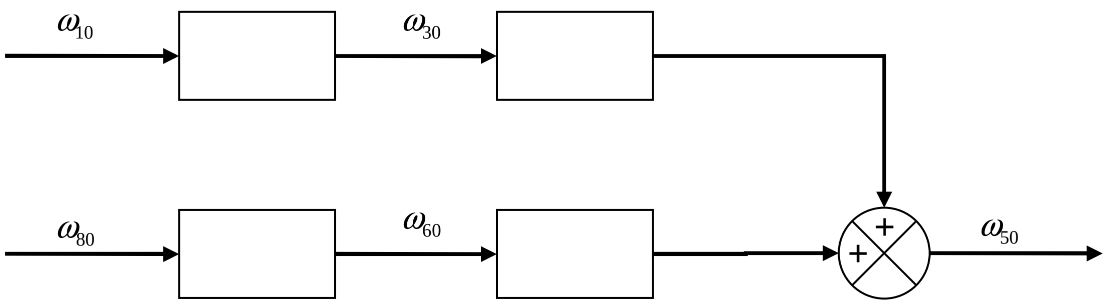
Questions

1. Déterminer à l'aide du schéma cinématique du train épicycloïdal de la poulie Redex, la relation entre $\omega_{30}, \omega_{50}, \omega_{60}$, en fonction des différentes caractéristiques des pignons la composant.

2. Déterminer la relation entre ω_{30} et ω_{10} par la courroie 2. Puis la relation entre ω_{60} et ω_{80} par la courroie 7.

3. Déduire des deux questions précédentes, l'expression de ω_{50} en fonction de ω_{10}, ω_{80} et des caractéristiques géométriques Z_3, Z_4, $Z_{4'}$, Z_5, r_1, r_3, r_6 et r_8.

4. Mettre cette relation sous la forme du schéma bloc suivant :



5. Lorsque le calage est parfait, on a $\omega_{80} = 0\ rd.s^{-1}$. Déterminer alors le rapport $\frac{r_1}{r_3}$, pour avoir dans ce cas $\omega_{50} = \omega_{10}$. En déduire la valeur numérique du rayon de la poulie 1 : r_1

On conservera pour cette partie les valeurs obtenues aux questions 4 et 5 de la partie précédente.

6. A partir de la représentation simplifiée d'un rouleau d'impression donnée, déterminer l'expression du moment d'inertie noté I ($I_1 = I_5 = I$) autour de l'axe de révolution en fonction de m, R et r (attention aux masses prises en compte pour le calcul !!!). Faire l'application numérique.

7. Déterminer l'expression de l'énergie cinétique des solides suivants :1, 3, 5, 6 et 8.

8. Montrer que $\vec{V}(B,4/0) = \vec{V}(B,6/0)$ ainsi que $\vec{V}(A,3/0) = \vec{0}$

9. A partir de la relation de non glissement en K entre 3 et 4, déterminer $\vec{\Omega}(4/0) = \omega_{40}\vec{x}$. On montrera que $\left\|\overrightarrow{AK}\right\| = d\dfrac{Z_3}{Z_3+Z_4}$ et $\left\|\overrightarrow{BK}\right\| = d\dfrac{Z_4}{Z_3+Z_4}$.

Retrouver ω_{40} en écrivant la relation d'engrènement entre 3 et 4 par rapport au porte satellite 6 : $\dfrac{\omega_{46}}{\omega_{36}}$. Conclure sur la méthode qui vous paraît la plus simple.

10. Déterminer $\vec{\sigma}_B(4/0)$ et en déduire l'expression de l'énergie cinétique du solide 4.

11. On note Σ l'ensemble des solides 1, 3, 4, 5, 6 et 8. Déterminer l'expression de l'énergie cinétique de Σ par rapport au référentiel fixe $T_{(\Sigma/0)}$ et la mettre sous la forme :

$$T_{(\Sigma/0)} = \frac{1}{2} I_{1éq}.\omega_{10}^2 + \frac{1}{2} I_{8éq}.\omega_{80}^2 + I_{1-8éq}.\omega_{10}.\omega_{80}.$$

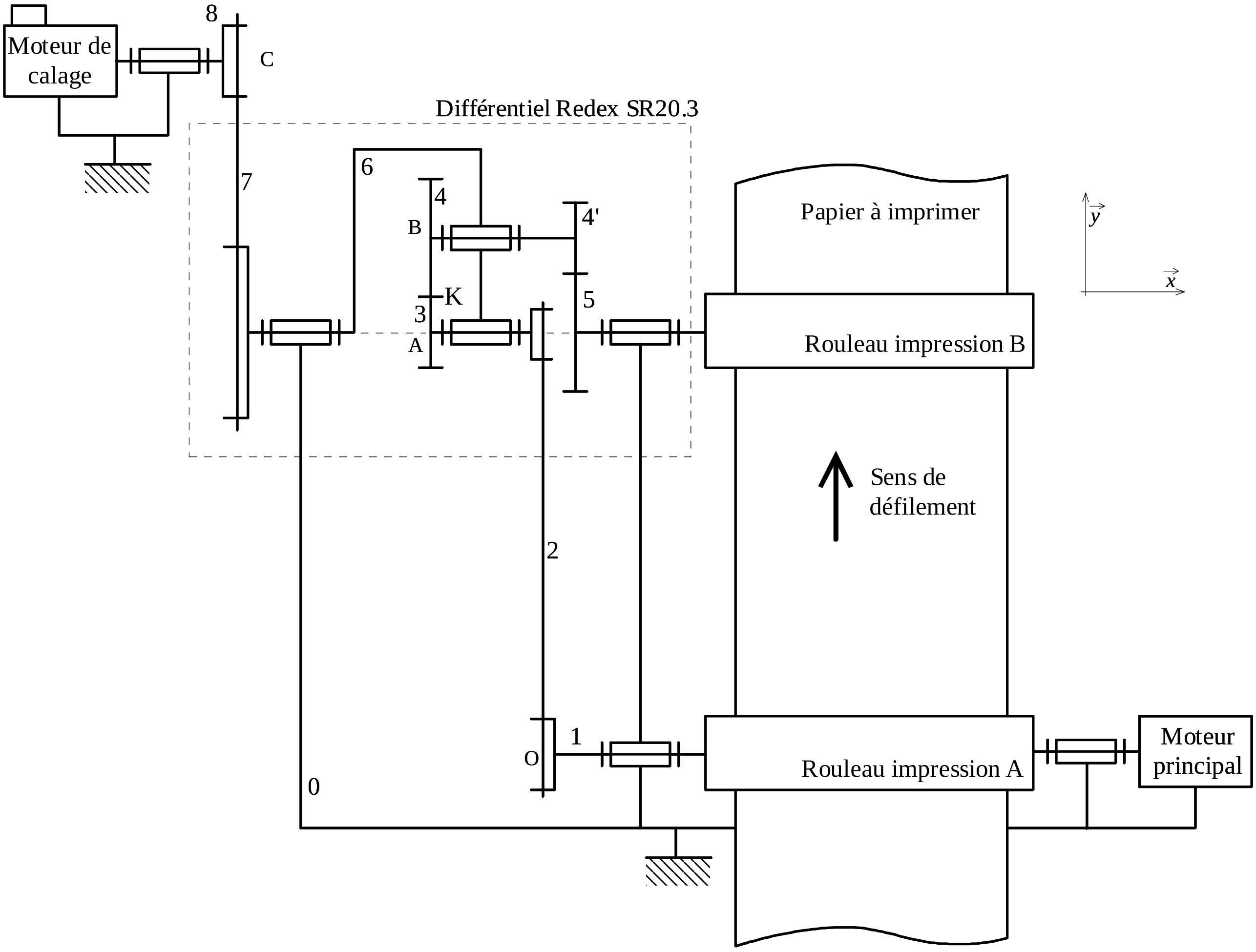
12. Déterminer la valeur numérique de $I_{1éq}$.

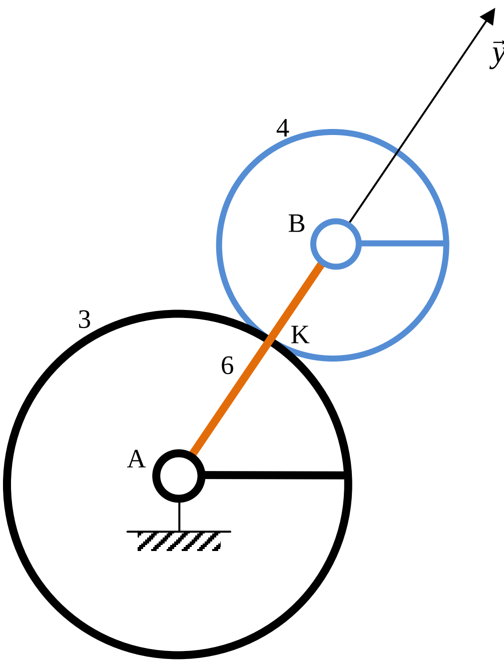
13. Pendant la phase d'accélération le moteur de calage sert de moteur frein. On a alors $\omega_{80} = 0\ rd.s^{-1}$. En utilisant le théorème de l'énergie cinétique appliqué à l'ensemble des solides en mouvement Σ, déterminer la valeur numérique du temps nécessaire pour passer de l'état immobile à la vitesse de fonctionnement pour laquelle on a $\omega_{10} = 11\ rd.s^{-1}$.
Pendant cette phase, on suppose que le moteur principal exerce un couple constant noté : C_{1dem} = 30 mN (couple de démarrage). Le résultat sera exprimé en fonction en autre des couples C_1, C_A et C_B.

14. On se place maintenant en régime établi avec $\omega_{10} = Cte$ et $\omega_{80} = 0\ rd.s^{-1}$. Déterminer alors la valeur de $C_{1éta}$ (couple en régime établi).

15. Déterminer pour la même phase la valeur du couple C_8 pour conserver $\omega_{80} = 0\ rd.s^{-1}$.

Schéma cinématique et Paramétrages





Remarque : En A, on a deux liaisons pivot :

- Pivot $(A\vec{x})$ entre 3 et 6
- Pivot $(A\vec{x})$ entre 6 et 0

Les pièces 3, 4, 4', 5 composent les différents pignons du train épicycloïdal de la poulie Redex et 6 constitue le Porte Satellite de ce train épicycloïdal.

Nombres de dents de la poulie Redex SR20.3 :

Z_3 = 36 dents, Z_4 = 25 dents, $Z_{4'}$ = 20 dents, Z_5 = 45 dents.

On rappel que les diamètres primitifs (diamètre sur lequel à lieu le roulement sans glissement) des pignons sont liés à leur nombre de dents par la relation $d_i = mZ_i$ avec m module du pignon nécessairement identique pour des roues dentées engrenant ensemble

Rayons des poulies :

r_8 = 20 mm, r_6 = 60 mm, r_3 = 30 mm, r_1 à déterminer.

Entraxe :

On note d la distance entre les axes $(A,\vec{x})$ et $(B,\vec{x})$: d = 40,625 mm

Données d'inertie :

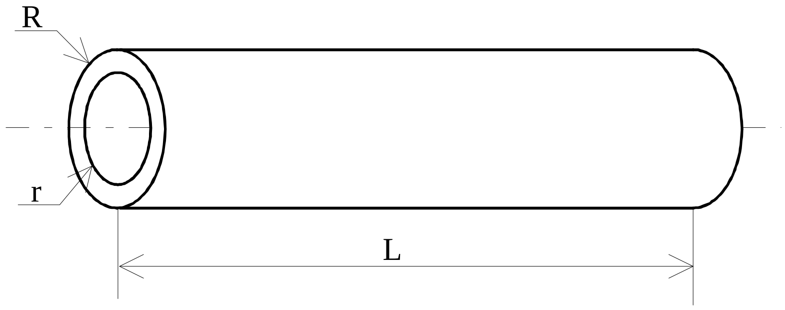
- I_1 : moment d'inertie autour de l'axe $(O,\vec{x})$ de l'ensemble formé du rouleau d'impression A de la poulie 1 et du rotor du moteur principal. Sa masse est notée m_1.
- I_3 : moment d'inertie autour de l'axe $(A,\vec{x})$ du solide 3.
- I_4 : moment d'inertie autour de l'axe $(B,\vec{x})$ du solide de révolution 4, donc $\left[I_B(4)\right] = \begin{bmatrix} I_4 & 0 & 0 \\ 0 & B_4 & 0 \\ 0 & 0 & C_4 \end{bmatrix}$: matrice d'inertie en B dans la base $(\vec{x};\vec{y};\vec{z})$ du solide 4. On note m_4 sa masse et B son centre d'inertie. (m_4 = 160 g.)
- I_5 : moment d'inertie autour de l'axe $(A,\vec{x})$ de la poulie 5 et du rouleau d'impression. Sa masse est notée m_1.
- I_6 : moment d'inertie autour de l'axe $(A,\vec{x})$ du solide 6.
- I_8 : moment d'inertie autour de l'axe $(C,\vec{x})$ du solide 8.
- $I_3 = 8.10^{-5}$ kg.m^2, $I_4 = 8.10^{-5}$ kg.m^2, $I_6 = 0{,}029$ kg.m^2, $I_8 = 2.10^{-4}$ kg.m^2
- I_1 et I_5 à déterminer.

Actions mécaniques extérieures à prendre en compte :

- C_1 : couple du stator du moteur principal sur le rotor.
- C_8 : couple du stator du moteur de calage sur le rotor.
- C_A : Moment sur l'axe $(O,\vec{x})$ de l'action mécanique du papier sur le rouleau d'impression A.
- C_B : Moment sur l'axe $(A,\vec{x})$ de l'action mécanique du papier sur le rouleau d'impression B.
- $C_A = C_B$ = -6 mN.

On suppose toutes les liaisons parfaites
On néglige les masses et inerties des courroies 2 et 7.

Dimension d'un rouleau d'impression.



Cylindre creux de longueur L, de rayon extérieur R, de rayon intérieur r et de masse m avec :

- L = 450 mm
- R = 60 mm, rayon extérieur
- r = 40 mm, rayon intérieur
- m = 22,3 kg.

On rappel que le moment d'inertie d'un cylindre plein de masse m, de rayon R, de longueur L autour de son axe de révolution vaut $\dfrac{mR^2}{2}$

Correction TD Energétique : Calage de rouleaux d'impression :

1. Déterminer la relation entre $\omega_{30}, \omega_{50}, \omega_{60}$, en fonction des différentes caractéristiques des pignons.

On commence par identifier les différents constituants du train épicycloïdal de la poulie Redex, a savoir ses deux planétaires et son porte-satellite :

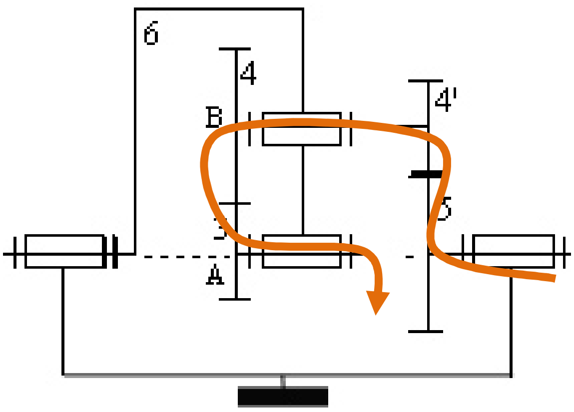
- Le porte satellite est l'élément non « denté » qui guide la rotation du satellite (ici constitué des deux roues 4 et 4'), c'est donc 6
- Les deux planétaires sont les roues dentées restantes, soit : 3 et 5

La relation de Willis s'écrivant : $\dfrac{\omega_{\text{planétaire n°1 / Porte satellite}}}{\omega_{\text{planétaire n°2 / Porte satellite}}} = (-1)^n \dfrac{\pi Z_{\text{menantes}}}{\pi Z_{\text{menées}}}$, avec :

n, le nombre de contact extérieur (tangence extérieure des roues dentées)

notion de menante / menée définie par « le chemin » de la puissance partant du dénominateur (planétaire n°2) pour aller au numérateur (planétaire n°1)

Si on choisit d'écrire la relation de Willis de la façon suivante : $\dfrac{\omega_{3/6}}{\omega_{5/6}} = (-1)^2 \dfrac{\pi Z_{\text{menantes}}}{\pi Z_{\text{menées}}}$, alors la puissance « suit » le chemin ci-dessous :



Avec cette convention, c'est donc 5 qui mène 4' et 4 qui mène 3. La relation s'écrit donc :

$\dfrac{\omega_{3/6}}{\omega_{5/6}} = \dfrac{Z_5 Z_4}{Z_{4'} Z_3}$, soit par composition des mouvements : $\dfrac{\omega_{3/6}}{\omega_{5/6}} = \dfrac{\omega_{30} - \omega_{60}}{\omega_{50} - \omega_{60}} = \dfrac{Z_5 Z_4}{Z_{4'} Z_3}$, d'où la relation demandée :

$\omega_{30} - \omega_{60} = \dfrac{Z_5 Z_4}{Z_{4'} Z_3}(\omega_{50} - \omega_{60})$, qui s'écrit :

$$\boxed{\omega_{30} + \left(\frac{Z_5 Z_4 - Z_{4'} Z_3}{Z_{4'} Z_3}\right)\omega_{60} - \frac{Z_5 Z_4}{Z_{4'} Z_3}\omega_{50} = 0}$$

2. Déterminer la relation entre ω_{30} et ω_{10} par la courroie 2. Puis la relation entre ω_{60} et ω_{80} par la courroie 7.