SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGÉNIEUR

COMPORTEMENT DYNAMIQUE D'UN VEHICULE AUTO-BALANCÉ DE TYPE SEGWAY®

Partie I - Analyse système





Photographies 1

Le support de l'étude est le véhicule auto-balancé Segway® . Il s'agit d'un moyen de transport motorisé qui permet de se déplacer en ville. En termes de prestations, il est moins rapide qu'une voiture ou qu'un scooter, plus maniable, plus écologique, moins encombrant et nettement plus moderne.

La conduite du Segway® se fait par inclinaison du corps vers l'avant ou vers l'arrière, afin d'accélérer ou freiner le mouvement (comme pour la marche à pied dans laquelle le piéton s'incline vers l'avant pour débuter le mouvement). Les virages à droite et à gauche sont quant à eux commandés par la rotation de la poignée directionnelle située sur la droite du guidon (voir photographies 1).

La spécificité de ce véhicule est d'avoir deux roues qui ont le même axe de rotation, avec son centre de gravité situé au-dessus de l'axe commun des roues, si

Filière PSI

bien qu'on se demande comment rester à l'équilibre une fois monté sur la plate-forme. Tout comme le cerveau permet à l'individu de tenir debout sans tomber grâce à l'oreille interne, le système comporte un dispositif d'asservissement d'inclinaison, maintenant la plate-forme du véhicule à l'horizontale ou encore la barre d'appui, supposée orthogonale à cette plate-forme, à la verticale.

Le Segway® comporte à cet effet des capteurs et des microprocesseurs commandant les deux moteurs électriques équipant les deux roues.

L'objectif de cette étude est de vérifier le non-dérapage des roues en virage, les performances de vitesse et d'accélération et enfin la stabilité en ligne droite.

Le diagramme des interacteurs du Segway® , présenté figure 1, précise les fonctions assurées par le système.

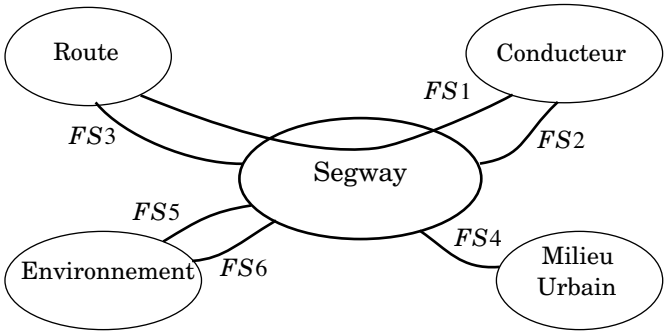


Figure 1 : diagramme des interacteurs du système

Énoncé des Fonctions de Service :

- FS1 : permettre au conducteur de se déplacer aisément sur la route.
- FS2 : donner au conducteur une sensation de stabilité.
- FS3 : rester insensible aux perturbations provenant de la route.
- FS4 : rester manœuvrable dans la circulation.
- FS5 : être peu encombrant.
- FS6 : contribuer au respect de l'environnement.

La caractérisation de chacune des fonctions de service sera donnée au début de chaque partie.

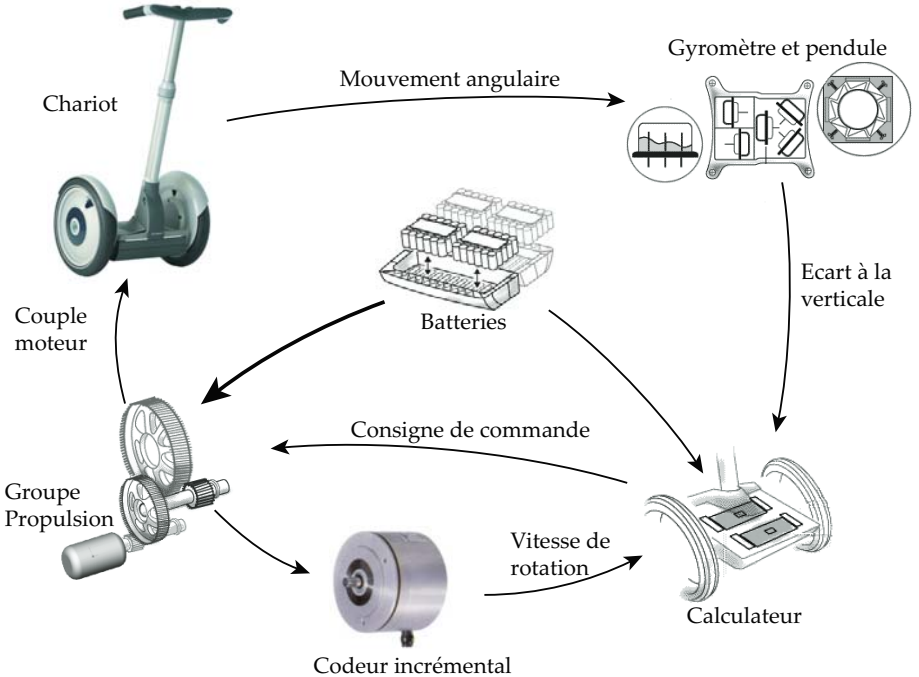


Figure 2 : schéma d'organisation structurelle

On propose de s'appuyer sur une description structurelle du véhicule, composé (voir figure 2) :

- d'un **chariot** (châssis + 2 roues uniquement), transportant le conducteur,
- de deux **moto-réducteurs** entraînant les roues (un par roue),
- d'un ensemble constitué d'un **gyromètre** et d'un **pendule** délivrant une information sur l'angle d'inclinaison du châssis par rapport à la verticale et sur sa dérivée,
- d'un **calculateur** élaborant, à partir des informations issues des capteurs, les consignes de **commande** des groupes moto-réducteurs.
- de **batteries** fournissant l'énergie aux divers composants.

I.A - Questions préliminaires

L'énergie maximale stockée dans les batteries vaut $E_b = 2\ \text{MJ}$. Les moto-réducteurs ont un rendement global de $0,8$. La résistance moyenne à l'avancement du véhicule peut être assimilée à un effort de $60\ \text{N}$.

I.A.1) Déterminer la distance maximale que peut parcourir le Segway® entre deux recharges des batteries. Justifier la pertinence de ce moyen de transport.

Le schéma d'organisation structurelle comporte des codeurs incrémentaux, fournissant au calculateur une image de la vitesse de rotation des moteurs.

I.A.2) Rappeler en quelques lignes le principe de fonctionnement d'un codeur incrémental. Citer aussi un autre moyen d'acquisition d'une vitesse de rotation.

I.A.3) Rappeler quelle est la grandeur physique mesurée par un gyromètre mécanique et le principe de la mesure associée.

I.B - Étude Système

Le système étudié est l'ensemble mobile (chariot, moto-réducteurs, capteurs, calculateur et batteries), sans le conducteur. Son diagramme SADT A-0 est donné figure 3.

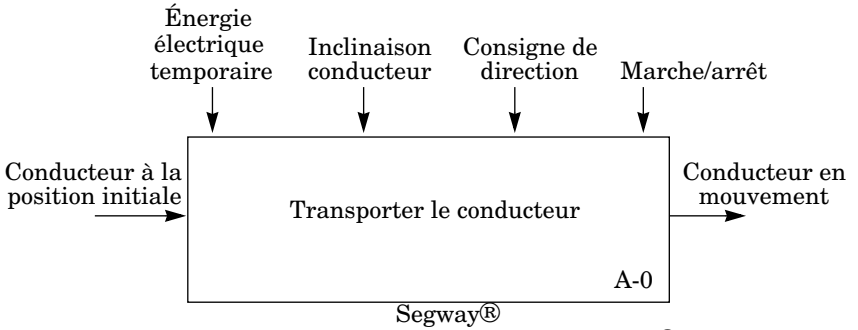


Figure 3 : diagramme A-0 du Segway®

I.B.1) Compléter le SADT de niveau A0 proposé dans le document réponse.

Partie II - Modèle de comportement mécanique

Objectif : Proposer des relations cinématiques entre les paramètres du mouvement.

II.A - Modèle et paramétrage

- Soit $R_0(O, \vec{x_0}, \vec{y_0}, \vec{z_0})$ un repère supposé galiléen lié à la route tel que $\vec{z_0}$ soit dirigé suivant la verticale ascendante.
- $R_1(A, \vec{x_1}, \vec{y_1}, \vec{z_0})$ un repère en rotation par rapport à R_0 autour de $\vec{z_0}$ tel que $\vec{x_1}$ soit colinéaire à l'axe commun des roues et A le point milieu de l'axe des roues. On pose $\varphi = (\vec{x_0}, \vec{x_1}) = (\vec{y_0}, \vec{y_1})$ l'angle de virage.

- $R_2(A, \vec{x_1}, \vec{y_2}, \vec{z_2})$ un repère lié au châssis du chariot, en rotation autour de $(A, \vec{x_1})$ par rapport à R_1 tel que $\vec{z_2}$ soit colinéaire à la barre d'appui. On pose $\psi = (\vec{y_1}, \vec{y_2}) = (\vec{z_0}, \vec{z_2})$ l'angle d'inclinaison du châssis par rapport à la verticale. La régulation consiste à maintenir cet angle nul.
- $R_3(A, \vec{x_1}, \vec{y_3}, \vec{z_3})$ un repère intermédiaire en rotation par rapport à R_2, autour de $(A, \vec{x_1})$. On pose $\alpha = (\vec{y_2}, \vec{y_3}) = (\vec{z_2}, \vec{z_3})$ l'angle d'inclinaison arrière-avant du conducteur.

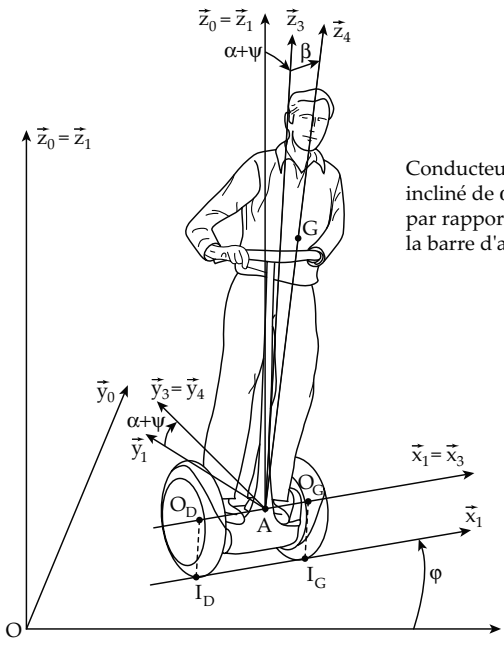


Figure 4 : paramétrage cinématique du système

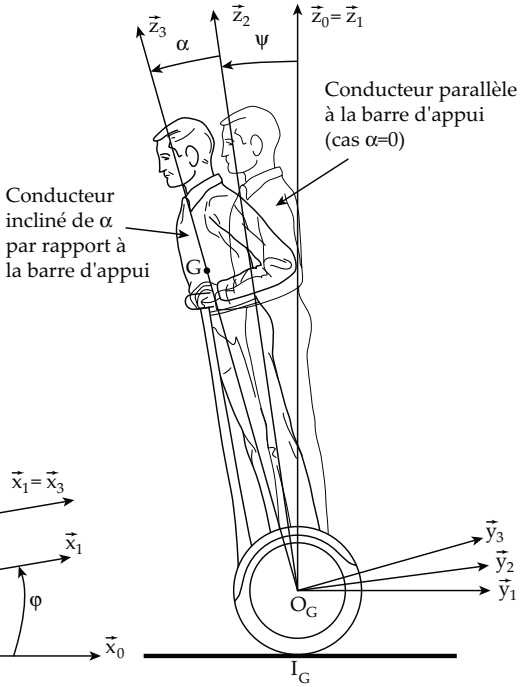


Figure 5 : figure simplifiée dans le cas $\beta = 0$ soit $\vec{z}_3 = \vec{z}_4$

- $R_4(A, \vec{x_4}, \vec{y_3}, \vec{z_4})$ un repère lié au conducteur, considéré comme un solide indéformable, en rotation par rapport à R_3 autour de $(A, \vec{y_3})$ tel que l'axe $(A, \vec{z_4})$ passe par le centre de gravité G du conducteur. On pose $\beta = (\vec{x_3}, \vec{x_4}) = (\vec{z_3}, \vec{z_4})$ l'angle d'inclinaison droite-gauche du conducteur et $\overrightarrow{AG} = h\vec{z_4}$ avec h constante positive.

- $R_D(O_D, \vec{x_1}, \vec{y_D}, \vec{z_D})$ un repère lié à la roue Droite, en rotation autour de $(A, \vec{x_1})$ par rapport à R_2 où O_D est le centre de gravité de la roue droite. $\theta_D = (\vec{y_2}, \vec{y_D}) = (\vec{z_2}, \vec{z_D})$ est l'angle de rotation de la roue droite par rapport au châssis. I_D est le point de contact de la roue droite avec la route tel que $\overrightarrow{I_D O_D} = R\vec{z_0}$. On suppose que la roue droite roule sans glisser sur le sol au point I_D.
- $R_G(O_G, \vec{x_1}, \vec{y_G}, \vec{z_G})$ un repère lié à la roue Gauche, en rotation autour de $(A, \vec{x_1})$ par rapport à R_2 où O_G est le centre de gravité de la roue gauche. $\theta_G = (\vec{y_2}, \vec{y_G}) = (\vec{z_2}, \vec{z_G})$ est l'angle de rotation de la roue gauche par rapport au châssis. I_G est le point de contact de la roue gauche avec la route et on suppose que la roue gauche roule sans glisser sur le sol au point I_G (les deux roues ont même rayon R).

On note L l'empattement du chariot tel que $\overrightarrow{O_D O_G} = L\vec{x_1}$ et $\overrightarrow{O_D A} = \frac{L}{2}\vec{x_1} = \overrightarrow{A O_G}$.

II.B - Étude cinématique préalable

II.B.1) Proposer un graphe des liaisons du système restreint à l'ensemble de solides {Route, Roue Gauche, Roue Droite, Châssis}. Préciser pour chaque liaison ses caractéristiques géométriques.

II.B.2) En s'appuyant sur le paramétrage et en utilisant de la couleur, proposer un schéma cinématique du système {Roue Gauche, Roue Droite, Plate-forme, Conducteur}, en complétant l'épure du document réponse (ne pas schématiser le contact roue/route).

II.B.3) Exprimer, en fonction du paramétrage, les torseurs cinématiques :

- du châssis par rapport au sol : $\{V(2/0)\}$, en notant $\vec{V}(A \in 2/0) = U\vec{x_1} + V\vec{y_1}$,
- de la roue droite par rapport au châssis : $\{V(R_D/2)\}$,
- de la roue gauche par rapport au châssis : $\{V(R_G/2)\}$

II.B.4) Énoncer ensuite les deux relations de roulement sans glissement des roues par rapport à la route et déterminer trois relations scalaires liant les 6 paramètres inconnus $\dot{\psi}$, $\dot{\varphi}$, $\dot{\theta}_D$, $\dot{\theta}_G$, U et V aux dimensions L et R.

Ces relations seront utilisées dans l'étude dynamique.

II.C - Étude de la transmission de puissance

La transmission de puissance choisie possède deux moteurs électriques (un pour chaque roue), associé chacun à un réducteur de rapport de réduction $|K_r| = \frac{1}{24}$.

II.C.1) Une voiture ne possède généralement qu'un seul moteur et qu'un seul réducteur (la boîte de vitesses). Le différentiel permet de répartir la puissance

motrice sur les deux roues motrices. Expliquer pourquoi le constructeur du Segway® n'a pas adopté cette solution.

Un pré-dimensionnement des réducteurs a conduit à adopter les contraintes suivantes :

- $[OO_M] = 90$ mm (voir document réponse),
- module $m = 1$ mm pour tous les engrenages,
- nombre de dents minimum pour chaque roue dentée : $Z_{i\,\text{mini}} = 15$.

Les points O et O_M correspondent respectivement aux projections, dans le plan $(O_D, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$, des axes de rotation d'une roue et du moteur associé.

II.C.2) Proposer, sur le document réponse, une architecture du réducteur s'intégrant dans le carter et dont le rapport de réduction vaut $|K_r| = \frac{1}{24}$ en dessinant une épure de la solution adoptée.

Représenter uniquement les diamètres primitifs des roues dentées, dans le plan du document réponse puis récapituler sous forme de tableau, sur votre copie, les nombres de dents choisis.

Partie III - Validation de la FS4

Objectif : vérifier le non dérapage des roues et le non basculement du Segway® pour les différents rayons de virage.

Le **dérapage** se définit comme le **glissement** suivant $\vec{x}_1$ ou $\vec{y}_1$ des roues par rapport à la route et le **basculement** du Segway® a lieu lorsque l'une des roues n'est plus en contact avec la route. Le tableau 1 est extrait du cahier des charges. Trois configurations de vitesse du Segway® sont étudiées :

- déplacement à la vitesse d'un homme marchant,
- déplacement à la vitesse d'un homme courant,
- déplacement à la vitesse maximale.

Fonction de service	**Critère**	**Niveau**	
FS4 : rester manœuvrable dans la circulation	Dérapage	Aucun	
	Basculement	Aucun	
	Rayon de virage minimum admissible	**Vitesse**	**Rayon minimum**
		5 km/h	$\rho = 0,5$ m
		10 km/h	$\rho = 2,5$ m
		20 km/h	$\rho = 10$ m

Tableau 1 : extrait du CdCF relatif à FS4

III.A - Analyse du modèle de calcul des actions mécaniques

Le système étudié est celui de la question II.B.1, constitué des solides {Route, Roue Gauche, Roue Droite, Châssis}. Seuls les paramètres V, φ et Ψ sont considérés, les autres paramètres étant fixes ou n'intervenant pas. Les contacts roue/route en I_G et I_D sont modélisés par des liaisons sphère plan avec frottement. Cette modélisation conduit aux torseurs d'actions mécaniques exercées par la route sur les roues suivants :

$$\{T_{(\text{Route}\to R_G)}\} = \begin{Bmatrix} X_G\vec{x}_1 + Y_G\vec{y}_1 + Z_G\vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{I_G} \quad \{T_{(\text{Route}\to R_D)}\} = \begin{Bmatrix} X_D\vec{x}_1 + Y_D\vec{y}_1 + Z_D\vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{I_D}$$

III.A.1) En s'appuyant sur le graphe des liaisons de la question II.B.1, déterminer le nombre de mobilités m du système {Route, Roue Gauche, Roue Droite, Châssis}. En déduire alors le degré d'hyperstatisme h du mécanisme.

Dans la suite de cette partie, l'asservissement d'inclinaison est considéré comme parfaitement réalisé, c'est à dire que $\Psi = 0$. De plus, le conducteur est supposé uniquement incliné d'un angle β constant vers l'intérieur du virage. On impose de plus $\alpha \equiv 0$, ce qui impose aussi V constant où V est négatif en marche avant. Enfin, le virage est pris à vitesse de rotation $\dot{\varphi}$ constante et $\dot{\varphi} > 0$.

III.B - Détermination de l'inclinaison du conducteur en virage

La position naturelle d'un individu en virage (cas de la bicyclette, des rollers, ...) est de s'incliner vers l'intérieur du virage. L'application du Principe Fondamental de la Dynamique au conducteur montre alors que cette condition est équivalente à $\vec{g} - \vec{\Gamma}(G \in 4/0)$ colinéaire à $\vec{z}_4$.

Après calcul de $\vec{\Gamma}(G \in 4/0)$, la figure du document réponse donne les trois projections de $\vec{g} - \vec{\Gamma}(G \in 4/0)$ dans la base $(\vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$ en fonction de l'inclinaison β du conducteur, avec les paramètres :

$\dot{\varphi} = 0,8 \text{ rad/s}$, $h = 0,95 \text{ m}$, $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ et $V = -10 \text{ km/h}$ (soit $\rho = 3,5 \text{ m}$)

III.B.1) Par un tracé sur le document réponse, justifié sur la copie, donner alors la valeur de β qui permet de vérifier la condition exposée ci-dessus.

III.C - Étude dynamique simplifiée du Segway® en virage

Dans ce paragraphe, un modèle simplifié où le conducteur est assimilé à une masse concentrée m_H en G et le chariot assimilé à une masse concentrée m_S en A est adopté. De plus, l'inertie des roues et l'inertie en rotation du Segway® sont négligées devant les termes liés à la masse du conducteur et du chariot. Les hypothèses V = constante, β = constante, $\dot{\varphi}$ = constante et $\Psi \equiv 0$ avec β tel que