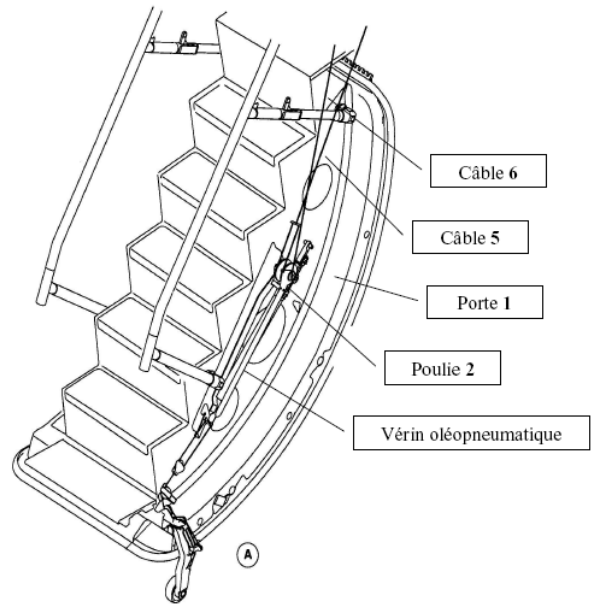
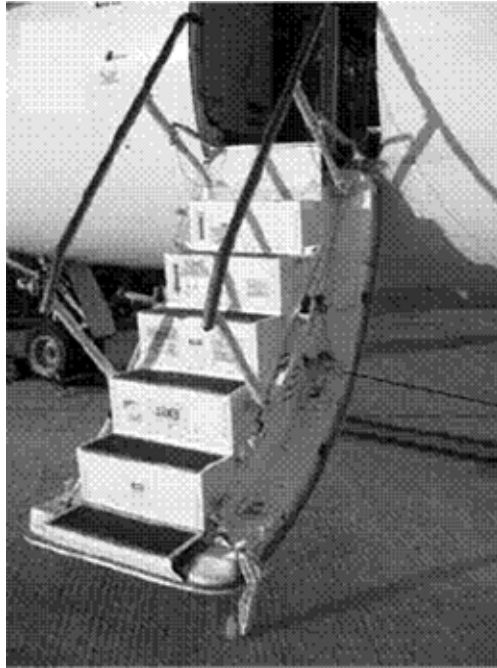




Mécanisme de mise en mouvement de porte de Jet.



Description du système

Le schéma cinématique modélise partiellement le mécanisme d'ouverture / fermeture de la porte d'avion.

La porte 1 est en liaison pivot d'axe  $(O, \vec{y}_0)$  avec le châssis de l'avion 0, considéré comme fixe par rapport au sol. On prendra donc le repère  $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  lié au châssis de l'avion 0 comme repère Galiléen.

On prend  $\vec{g} = -g\vec{z}_0$  avec  $(g = 9,81 \text{ m.s}^{-2})$  le champ de pesanteur.

On note  $M$  la masse de la porte 1,  $G$  son centre d'inertie et  $B_1$  son inertie par rapport à l'axe  $(O, \vec{y}_0)$ .

Toutes les autres masses seront négligées devant celle de la porte.

On note  $(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ , le repère lié à la porte 1.

On paramètre par un angle  $\alpha$ , la liaison pivot parfaite entre la porte 1 et le châssis de l'avion 0 :  $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$

Paramétrage des longueurs :

$$\vec{OA} = a\vec{x}_1 + b\vec{z}_1$$

$$\vec{OG} = c\vec{x}_1 + d\vec{z}_1$$

$$\vec{OH} = h\vec{x}_1$$

$$\vec{OE} = e\vec{z}_0$$

$$\vec{OP} = 2c\vec{x}_1$$

$$\vec{A'A} = \vec{AA''} = b\vec{z}_1$$

Le mécanisme de fermeture de la porte comporte deux parties distinctes et supposées indépendantes :

- Un mécanisme composé d'un moteur placé dans la porte enroulant le câble 6 permettant à celle-ci de monter. Ce câble est utilisé aussi pour freiner l'ouverture de la porte.

- Un mécanisme composé de deux vérins montés de part et d'autre de la porte, exerçant chacun un effort  $F_v$  constant, et d'un système de câble 5 ( $A''E$ ) et 5' ( $A'D$ ) poulies de centre A (2). Ce mécanisme permet d'aider la fermeture de la porte et de ralentir celle-ci à son ouverture.

Toutes les poulies sont en liaison pivot parfaite avec la porte 1.

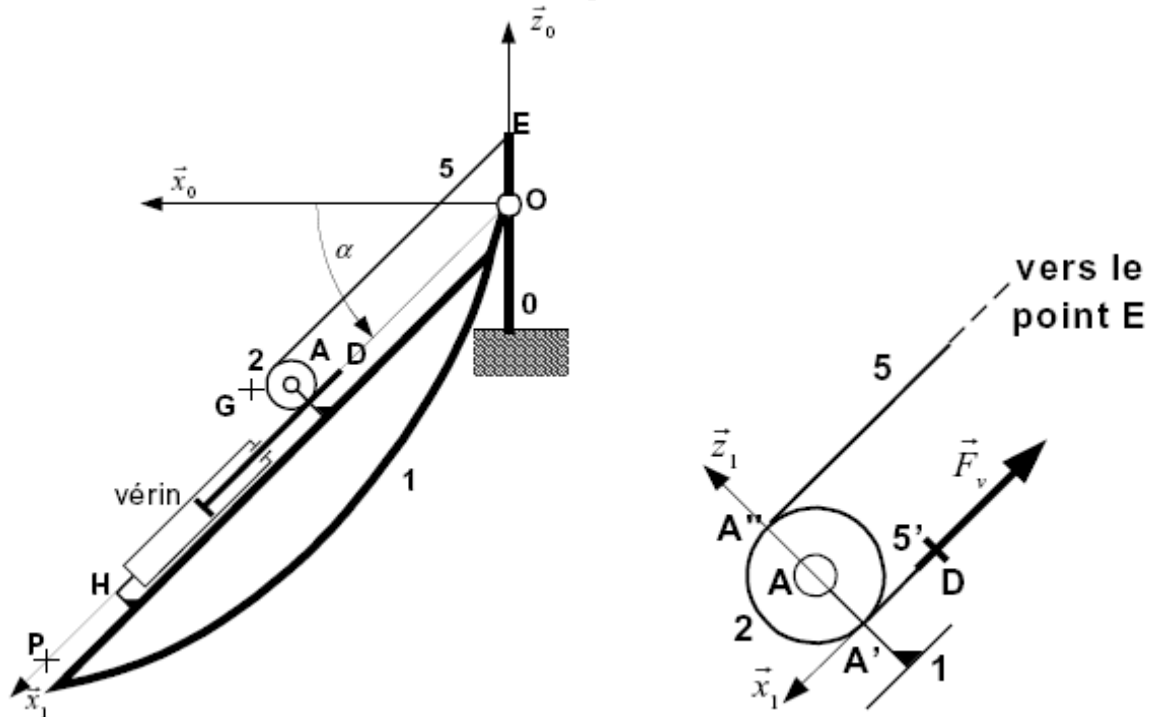
L'action mécanique d'un des deux vérins oléopneumatiques (ressort à gaz) est modélisée par

le glisseur :  $\{T_{(\text{tige vérin} \rightarrow \text{câble } 5')}\}_D = \left\{ \begin{matrix} -F_v \vec{x}_1 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}$  avec  $F_v$  supposé constant sur l'ensemble de la

course que ce soit lors de l'ouverture ou bien lors de la fermeture. Le corps du vérin est fixé à la porte 1 au point H et sa tige est fixée au câble 5' au point D.

Le mécanisme se situant de l'autre côté de la porte étant identique, on supposera le mécanisme plan.

Les brins de câbles sont supposés toujours en tension, de masse négligeable devant celle de la porte. Leurs liaisons en E et D seront modélisées par des sphériques. On supposera qu'il n'y a aucun glissement entre les câbles et les poulies.



1<sup>ère</sup> Partie : Fermeture manuelle de la porte

- La fermeture peut être effectuée manuellement par une seule personne. On se propose donc d'évaluer l'effort de chaque vérin  $F_v$  pour satisfaire cette contrainte du cahier des charges.
- On suppose dans un premier temps que seuls les vérins oléopneumatiques fonctionnent (donc sans intervention humaine) et que la porte se ferme à vitesse constante.
- On modélise les brins de câbles 5 et 5' par des solides indéformables restant tous les deux parallèles à la direction  $\vec{x}_1$ .

### Question 1 :

En appliquant le principe fondamental de la Statique au brin **5**, montrer que le torseur d'action mécanique de **5** sur **2** est un glisseur d'axe  $(A''\vec{x}_1)$ .

En appliquant le principe fondamental de la Statique au brin **5'**, et enfin à la poulie **2**, déterminer complètement le torseur d'action mécanique de **5** sur **2** en fonction de  $F_V$  au point  $A''$ .

### Question 2 :

Déterminer le torseur d'action mécanique de la liaison pivot parfaite entre la porte **1** et la poulie **2**, en fonction de  $F_V$  et des constantes de l'énoncé.

### Question 3 :

Déterminer  $F_V$  en fonction de la masse de la porte  $M$  et de la position de la porte  $\alpha$  pour que la porte se referme toute seule.

### Question 4 :

Quelle est la position de la porte où  $F_V$  sera maximal. En déduire l'effort  $F_V$  constant à exercer par un vérin pour que la porte se referme toute seule.

### Question 5 :

Déterminer numériquement  $F_V$  avec les valeurs suivantes :  
 $M = 140\text{Kg}$ ;  $a = 0,78\text{m}$ ;  $b = 0,116\text{m}$ ;  $c = 0,86\text{m}$ ;  $d = 0,09\text{m}$

Un opérateur aide désormais à la fermeture de la porte en exerçant un effort vertical en P noté  $F_m$  au démarrage, c'est-à-dire pour la position de la porte  $\alpha = 45^\circ$

### Question 6 :

Déterminer l'effort  $F_m$  que doit exercer l'opérateur dans la position de la porte au démarrage pour que la porte se ferme avec  $F_V = 1935\text{N}$ .

## 2<sup>ème</sup> Partie : Etude de l'ouverture de la porte

La porte est équipée d'un mécanisme composé :

D'un moteur d'assistance d'axe  $(C, \vec{x}_1)$

De poulies de centre A, B et C

D'un câble d'assistance **6**, **6'** et **6''**

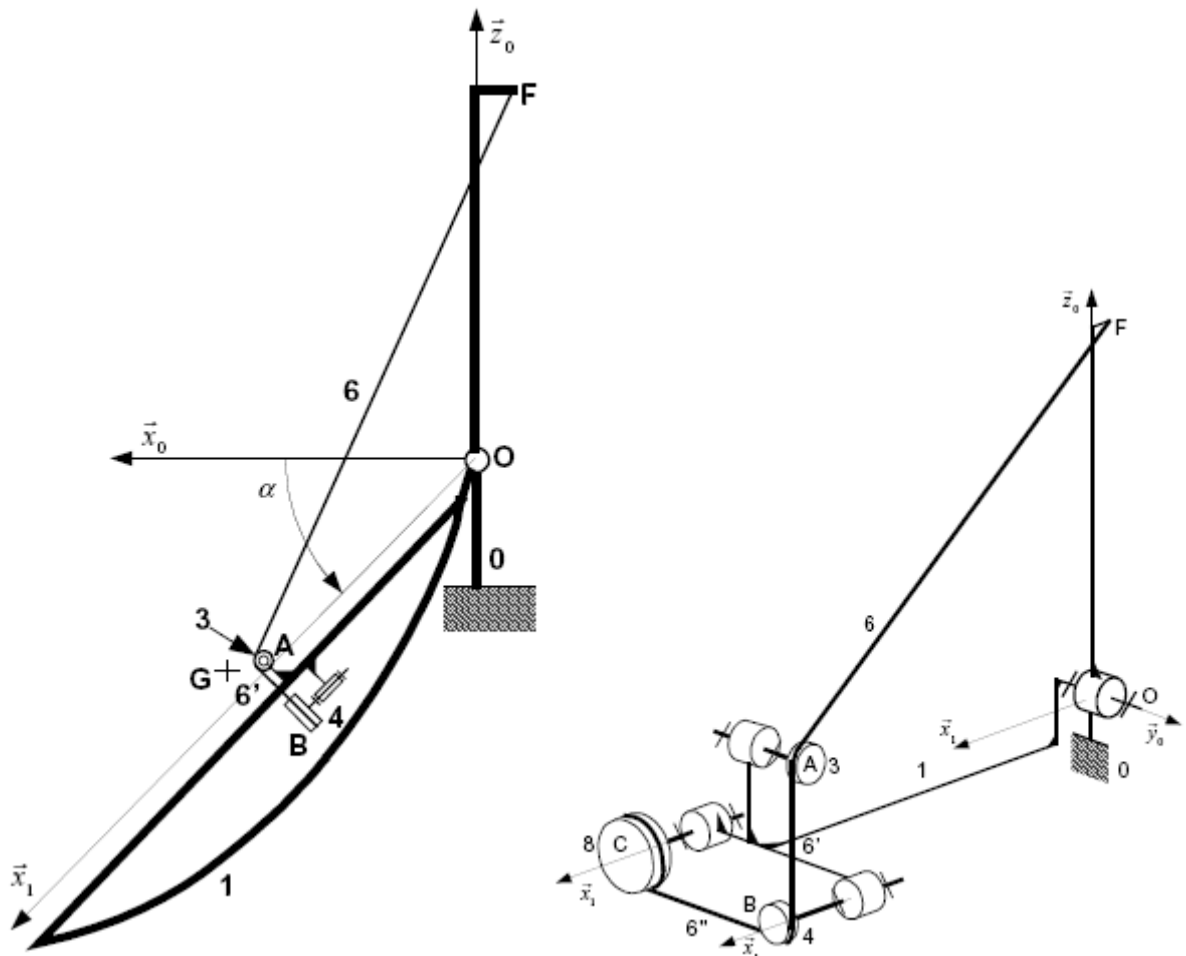
Permettant la montée de la porte sans aide humaine.

Un ressort angulaire placé sur l'axe moteur permet d'enrouler le câble 6 lors de la fermeture manuel de la porte (le moteur n'étant pas alors utilisé). Il permet aussi de ralentir la descente de la porte lorsqu'elle est poussée par l'hôtesse à l'ouverture.

L'ensemble poulie 8, rotor de moteur et axe lié au ressort est noté 8. Son axe  $(C, \vec{x}_1)$  est un axe de symétrie de révolution donc on prendra comme matrice d'inertie :

$$[I_C(8)] = \begin{bmatrix} A_8 & 0 & 0 \\ 0 & B_8 & 0 \\ 0 & 0 & C_8 \end{bmatrix}_{(\vec{x}_1, \vec{y}_1 = \vec{y}_0, \vec{z}_1)} \quad . \text{ Son centre d'inertie est noté } G_8. \text{ Sa masse sera négligée,}$$

mais pas ses moments d'inertie. La vitesse angulaire de la poulie 8 dans son mouvement par rapport à la porte 1 sera notée indifféremment  $\omega_{8/1}$  ou  $\omega_{8/1}$ )



Chaque vérin oléopneumatique (non représenté sur les schémas ci-dessus) exerce toujours son action mécanique ralentissant la chute de la porte :

$$\{T_{(\text{tige vérin} \rightarrow \text{cable} 6')}\}_D = \begin{Bmatrix} -F_v \vec{x}_1 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$$

Dans cette phase d'ouverture de la porte, la vitesse de sorties des tiges des vérins par rapport à la porte 1 (supposée identique à tout instant pour les deux vérins) est notée :

$$\vec{V}(D, \text{tige} / 1) = \|\vec{V}(D, \text{tige} / 1)\| \vec{x}_1.$$

Au cours de l'ouverture, le moteur ne fonctionne pas mais le ressort angulaire déroule le câble d'assistance en exerçant un couple de freinage (s'opposant à l'ouverture) qui permet d'atténuer les chocs de la porte en fin de course.

$$\{T(\text{ressort} \rightarrow \text{poulie 8})\} = \begin{cases} \vec{0} \\ -C_r \vec{x}_1 \end{cases}_{\forall P \in \text{espace}}$$

On pose les constantes suivantes :

$$\vec{OF} = -f\vec{x}_0 + g\vec{z}_0; \quad \vec{OG}_8 = k\vec{x}_1 + l\vec{y}_1 + m\vec{z}_1$$

### Question 7 :

On suppose que la poulie 3 de centre A à un rayon négligeable, ce qui a pour conséquence que le câble 6 passe par A (en fait les brin 6 et 6' se coupe en A).

Déterminer la longueur du brin 6, c'est-à-dire  $\|\vec{AF}\|$  en fonction de la position de la porte  $\alpha$  et des constantes posées ci-dessus.

### Question 8 :

On modélise le brin 6 par un solide indéformable en pivot d'axe  $(F, \vec{y}_0)$  avec le bâti 0. On

associe au solide 6 un repère  $(F, \vec{x}_6, \vec{y}_6, \vec{z}_6)$  avec  $\vec{x}_6 = \frac{\vec{FA}}{\|\vec{FA}\|}$ .

La liaison entre la porte 1 et le brin 6 est modélisée par une sphère plan de normale  $(A, \vec{z}_6)$ .

La porte 1, en phase d'ouverture, glisse sur 6 sans frottement le long de  $\vec{AF}$ .

Sur le document réponse, tracer le vecteur vitesse  $\vec{V}_{A1/0}$  en prenant comme norme 2cm de façon arbitraire. Tracer ensuite les vecteurs vitesse  $\vec{V}_{A6/0}$  et  $\vec{V}_{A6/1}$

### Question 9 :

Déterminer  $\|\vec{V}_{A6/1}\|$  en fonction de  $\alpha$ ,  $\dot{\alpha}$ ,  $\|\vec{AF}\|$  et des constantes de l'énoncé.

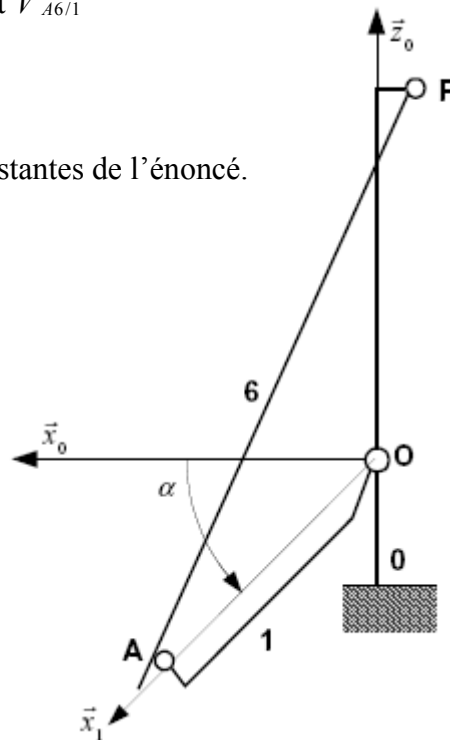
### Question 10 :

Déterminer  $\|\vec{V}_{A6/1}\|$  en fonction de la vitesse angulaire de la poulie 8 dans son mouvement par rapport à la porte 1 que l'on notera  $\omega_{81}$  et du rayon de la poulie 8 que l'on notera  $r$ .

**On étudie désormais l'ensemble du mécanisme dont les câbles seront supposés de masse nulle.**

### Question 11 :

Expliciter toutes les puissances développées par les actions mécaniques extérieures au système complet en



détaillant pour chacune d'entre elles le signe et en justifiant leur nullité le cas échéant.

#### Question 12 :

Expliciter toutes les puissances développées par les actions mécaniques intérieures au système en détaillant pour chacune d'entre elles le signe et en justifiant leur nullité le cas échéant.

#### Question 13 :

Quel est le rôle des poulies **3** et **4** ?

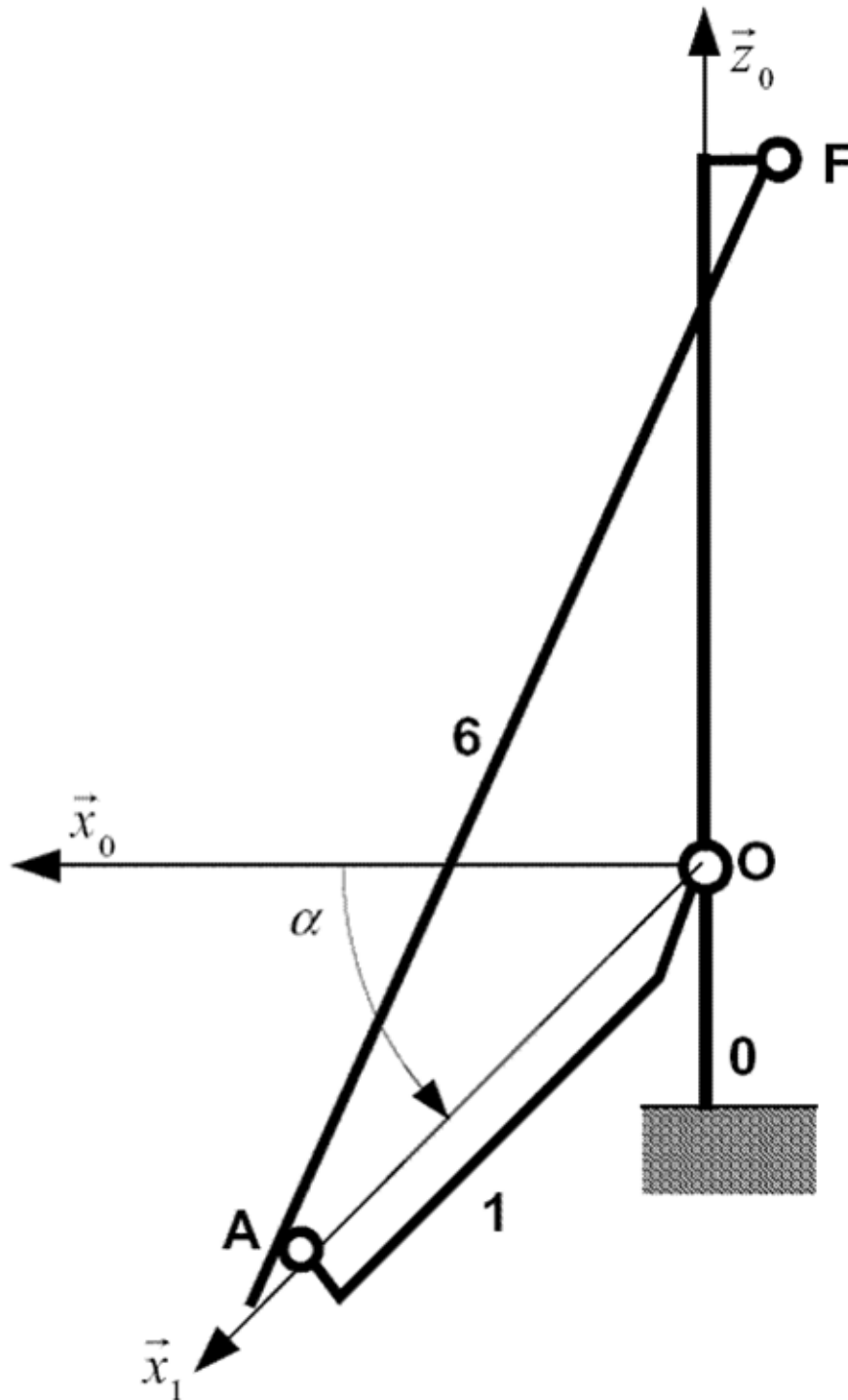
#### Question 14 :

Déterminer l'énergie cinétique de l'ensemble, en négligeant les inerties des poulies **2**, **3** et **4** devant celle de **1** et **8**.

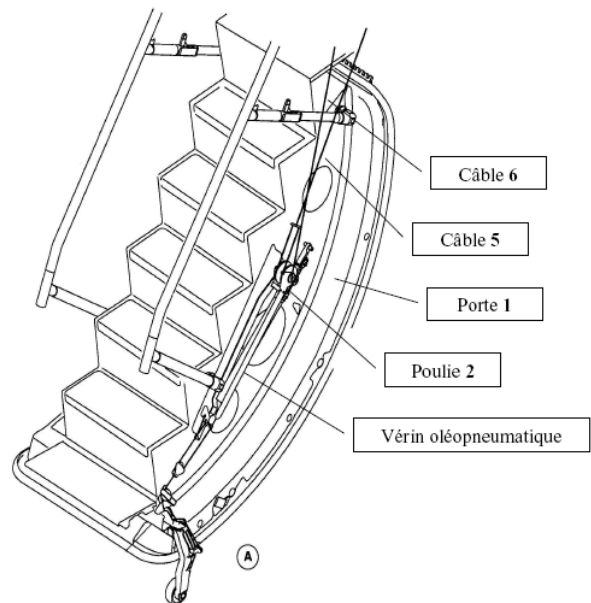
#### Question 15 :

Déterminer l'équation du mouvement de la porte. On se limitera à la donner en fonction de  $\dot{\alpha}$ ,  $\ddot{\alpha}$ ,  $\omega_{81}$ ,  $\omega_{81}^2$  et  $\|\vec{V}_{D \text{ tige vérin} / 1}\|$  et on montera que l'on peut tout écrire en fonction du paramètre  $\alpha$  SANS l'expliciter !!!

Document réponse relatif à la question de cinématique graphique (question n°8)



Mécanisme de mise en mouvement de porte de Jet.



Description du système

Le schéma cinématique modélise partiellement le mécanisme d'ouverture / fermeture de la porte d'avion.

La porte 1 est en liaison pivot d'axe  $(O, \vec{y}_0)$  avec le châssis de l'avion 0, considéré comme fixe par rapport au sol. On prendra donc le repère  $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  lié au châssis de l'avion 0 comme repère Galiléen.

On prend  $\vec{g} = -g\vec{z}_0$  avec  $(g = 9,81 \text{ m.s}^{-2})$  le champ de pesanteur.

On note  $M$  la masse de la porte 1 et  $G$  son centre d'inertie.

Toutes les autres masses seront négligées devant celle de la porte.

On note  $(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ , le repère lié à la porte 1.

On paramètre par un angle  $\alpha$ , la liaison pivot parfaite entre la porte 1 et le châssis de l'avion

$$0 : \alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$$

Paramétrage des longueurs :

$$\vec{OA} = a\vec{x}_1 + b\vec{z}_1$$

$$\vec{OG} = c\vec{x}_1 + d\vec{z}_1$$

$$\vec{OH} = h\vec{x}_1$$

$$\vec{OE} = e\vec{z}_0$$

$$\vec{OP} = 2c\vec{x}_1$$

$$\vec{A'A} = \vec{AA''} = b\vec{z}_1$$

Le mécanisme de fermeture de la porte comporte deux parties distinctes et supposées indépendantes :

- Un mécanisme composé d'un moteur placé dans la porte enroulant le câble 6 permettant à celle-ci de monter. Ce câble est utilisé aussi pour freiner l'ouverture de la porte.
- Un mécanisme composé de deux vérins montés de part et d'autre de la porte, exerçant chacun un effort  $F_V$  constant, et d'un système de câble 5 ( $A''E$ ) et 5' ( $A'D$ ) poulies



de centre A (2). Ce mécanisme permet d'aider la fermeture de la porte et de ralentir celle-ci à son ouverture.

Toutes les poulies sont en liaison pivot parfaite avec la porte 1.

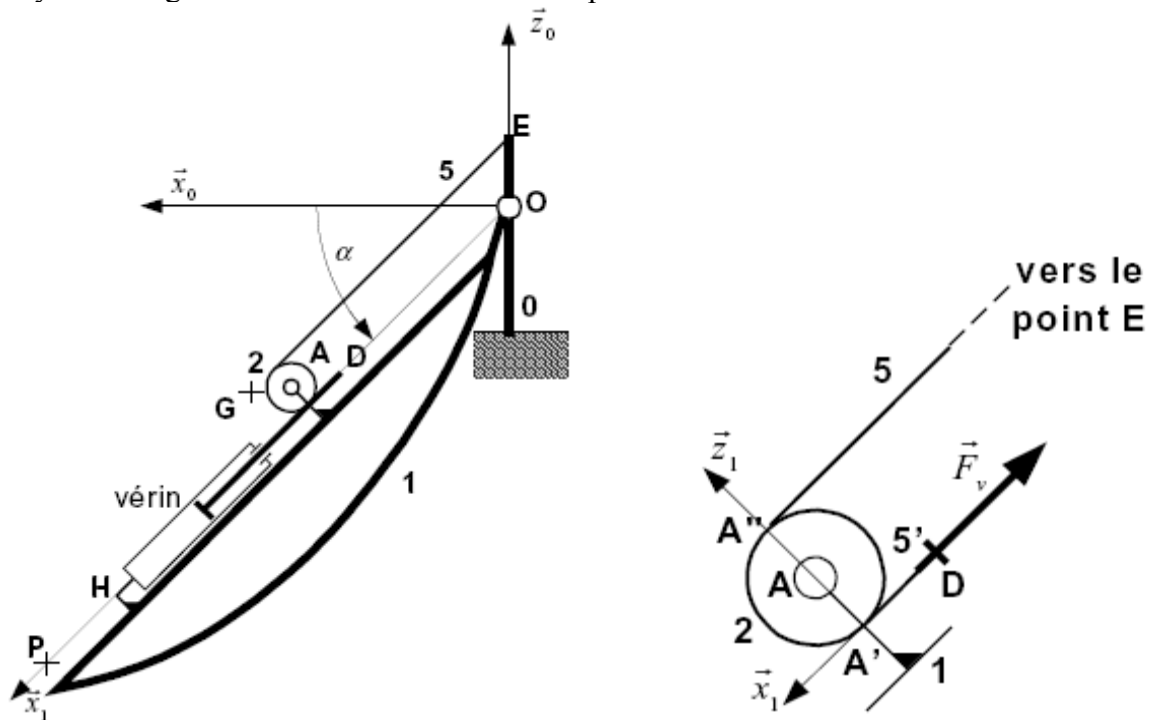
L'action mécanique d'un des deux vérins oléopneumatiques (ressort à gaz) est modélisée par

le glisseur :  $\{T_{(\text{tige vérin} \rightarrow \text{câble } 5')}\}_D = \begin{Bmatrix} -F_v \vec{x}_1 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$  avec  $F_v$  supposé constant sur l'ensemble de la

course que ce soit lors de l'ouverture ou bien lors de la fermeture. Le corps du vérin est fixé à la porte 1 au point H et sa tige est fixée au câble 5' au point D.

Le mécanisme se situant de l'autre côté de la porte étant identique, on supposera le mécanisme plan.

Les brins des câbles sont supposés toujours en tension, de masse négligeable devant celle de la porte. Leurs liaisons en E et D seront modélisées par des sphériques. On supposera qu'il n'y a aucun glissement entre les câbles et les poulies.



**1<sup>ère</sup> Partie : Fermeture manuelle de la porte**

- ⇒ La fermeture peut être effectuée manuellement par une seule personne. On se propose donc d'évaluer l'effort de chaque vérin  $F_v$  pour satisfaire cette contrainte du cahier des charges.
- ⇒ On suppose dans un premier temps que seuls les vérins oléopneumatiques fonctionnent (donc sans intervention humaine) et que la porte se ferme à vitesse constante.
- ⇒ On modélise les brins de câbles 5 et 5' par des solides indéformables restant tous les deux parallèles à la direction  $\vec{x}_1$ .

Question 1 :

En appliquant le principe fondamental de la Statique au brin 5, montrer que le torseur d'action mécanique de 5 sur 2 est un glisseur d'axe  $(A''\vec{x}_1)$ .

En appliquant le principe fondamental de la Statique au brin 5', et enfin à la poulie 2, déterminer complètement le torseur d'action mécanique de 5 sur 2 en fonction de  $F_V$  au point A''.

Réponse Q1 :

Isolons 5 :

Bilan des actions mécaniques extérieures à 5 :

- ⇒ Action mécanique de 2 sur 5 : force de point d'application A'', ou encore glisseur passant par A''
- ⇒ Action mécanique de 0 sur 5 : force de point d'application E, ou encore glisseur passant par E, puisque la liaison entre le câble 5 et le bâti est modélisable par une liaison sphérique.

Le câble 5 étant soumis à deux forces passant par A'' et E, elles doivent donc être colinéaires opposées alignées avec la direction  $A''E$ , ce qui conduit à poser :

$$\text{Action mécanique de 2 sur 5 : } \{T(2 \rightarrow 5)\} = -\{T(5 \rightarrow 2)\} = \begin{matrix} \left\{ \begin{array}{c} -F_{52}\vec{x}_1 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{A''}$$

Isolons 5' :

Bilan des actions mécaniques extérieures à 5' :

De la même façon, on peut poser :

$$\Rightarrow \text{Action mécanique de 2 sur 5' : } \{T(2 \rightarrow 5')\} = \begin{matrix} \left\{ \begin{array}{c} F_{25'}\vec{x}_1 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{A'}$$

$$\Rightarrow \text{Action mécanique de tige de vérin sur 5' : } \{T(\text{tige vérin} \rightarrow \text{cable 5}')\} = \begin{matrix} \left\{ \begin{array}{c} -F_V\vec{x}_1 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_D, \text{ donné dans}$$

l'énoncé.

Le câble 5' est donc soumis à deux forces passant par A' et D, elles doivent donc être colinéaires opposées alignées avec la direction  $A'D$ , ce qui conduit donc rapidement au résultat :

$$F_{25'} = F_V$$

On peut en faire la démonstration analytique rapidement:

Principe fondamental de la statique appliqué à 5' :

$$\{T(2 \rightarrow 5')\} + \{T(\text{tige vérin} \rightarrow \text{cable 5}')\} = \begin{matrix} \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ \vec{0} \end{array} \right\} = \begin{matrix} \left\{ \begin{array}{c} F_{25'}\vec{x}_1 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{A'} + \begin{matrix} \left\{ \begin{array}{c} -F_V\vec{x}_1 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_D \end{matrix} \text{ soit : } F_{25'} = F_V$$

**Isolons la poulie 2 :**

Bilan des actions mécaniques extérieures à la poulie 2 :

$$\Rightarrow \text{Action mécanique de 5 sur 2 : } \{T(5 \rightarrow 2)\} = \begin{matrix} A'' \\ \left\{ \begin{array}{c} F_{52} \vec{x}_1 \\ \vec{0} \end{array} \right\} \end{matrix}$$

$$\Rightarrow \text{Action mécanique de 5' sur 2 : } \{T(5' \rightarrow 2)\} = \begin{matrix} A' \\ \left\{ \begin{array}{c} -F_{25'} \vec{x}_1 \\ \vec{0} \end{array} \right\} \end{matrix}$$

$\Rightarrow$  Action mécanique de 1 sur 2 :

$$\{T(1 \rightarrow 2)\} = \begin{matrix} A \\ \left\{ \begin{array}{cc} X_{12} & L_{12} \\ Y_{12} & 0 \\ Z_{12} & N_{12} \end{array} \right\}_{(\vec{x}_1, \vec{y}_0, \vec{z}_1)} \end{matrix} \stackrel{\text{hypothèse de problème plan}}{=} \begin{matrix} A \\ \left\{ \begin{array}{cc} X_{12} & 0 \\ Y_{12} & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)} \end{matrix}, \text{ c'est-à-dire le}$$

torseur d'action mécanique d'une liaison pivot d'axe  $(A, \vec{y}_0)$ .

Principe fondamental de la statique appliqué à 2 :

En fait et c'est très souvent le cas avec les liaisons pivot, l'équation la plus intéressante est celle qui ne fait pas apparaître les inconnues de la liaison pivot, soit le théorème du moment statique en A projeté sur  $\vec{y}_0$  :

$$\overline{M}_A(5 \rightarrow 2) \cdot \vec{y}_0 + \overline{M}_A(5' \rightarrow 2) \cdot \vec{y}_0 + \underbrace{\overline{M}_A(1 \rightarrow 2) \cdot \vec{y}_0}_0 = \vec{0}$$

$$\underbrace{\overline{M}_A(5 \rightarrow 2)}_{= \overline{M}_A(5 \rightarrow 2) + \overline{AA'} \wedge \overline{R}(5 \rightarrow 2)} \cdot \vec{y}_0 + \underbrace{\overline{M}_A(5' \rightarrow 2)}_{= \overline{M}_A(5' \rightarrow 2) + \overline{AA'} \wedge \overline{R}(5' \rightarrow 2)} \cdot \vec{y}_0 = \vec{0}$$

$$(b\vec{z}_1 \wedge F_{52} \vec{x}_1) \cdot \vec{y}_0 + (b\vec{z}_1 \wedge F_{25'} \vec{x}_1) \cdot \vec{y}_0 = \vec{0}, \text{ soit :}$$

$$F_{52} = -F_{25'}$$

On déduit des résultats trouvés :

$$F_{52} = -F_V$$

Soit le torseur d'action mécanique demandé, de 5 sur 2 :

$$\{T(5 \rightarrow 2)\} = \begin{matrix} A'' \\ \left\{ \begin{array}{c} -F_V \vec{x}_1 \\ \vec{0} \end{array} \right\} \end{matrix}$$

**Question 2 :**

Déterminer le torseur d'action mécanique de la liaison pivot parfaite entre la porte 1 et la poulie 2, en fonction de  $F_V$  et des constantes de l'énoncé.

**Réponse Q2 :**

Il « suffit » de reprendre les équations non utilisées dans l'isolement de la poulie 2 précédemment, en y injectant les résultats obtenus à la question 1 :

**Isolons la poulie 2 :**

Bilan des actions mécaniques extérieures à la poulie 2 :

⇒ Action mécanique de 5 sur 2 :  $\{T(5 \rightarrow 2)\}_{A''} = \begin{Bmatrix} -F_V \vec{x}_1 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$

⇒ Action mécanique de 5' sur 2 :  $\{T(5' \rightarrow 2)\}_{A'} = \begin{Bmatrix} -F_V \vec{x}_1 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$

⇒ Action mécanique de 1 sur 2 :

$\{T(1 \rightarrow 2)\}_A = \begin{Bmatrix} X_{12} & L_{12} \\ Y_{12} & 0 \\ Z_{12} & N_{12} \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_1, \vec{y}_0, \vec{z}_1)} \stackrel{\text{hypothèse de problème plan}}{=} \begin{Bmatrix} X_{12} & 0 \\ Y_{12} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)}$ , c'est-à-dire le

torseur d'action mécanique d'une liaison pivot d'axe  $(A, \vec{y}_0)$ .

Principe fondamental de la statique appliqué à 2 :

Théorème de la résultante statique :

$-F_V \vec{x}_1 - F_V \vec{x}_1 + X_{12} \vec{x}_1 + Y_{12} \vec{y}_1 = \vec{0}$

✓ Ce qui donne en projection sur  $\vec{x}_1$  :

$X_{12} = 2F_V$

✓ Ce qui donne en projection sur  $\vec{y}_1$  :

$Y_{12} = 0$

Soit le résultat global sous forme de torseur :

$\{T(1 \rightarrow 2)\}_A = \begin{Bmatrix} 2F_V & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)}$

Question 3 :

Déterminons  $F_V$  en fonction de la masse de la porte  $M$  et de la position de la porte  $\alpha$  pour que la porte se referme toute seule.

**La porte se referme toute seule si  $F_V$  est supérieure à l'effort nécessaire à maintenir l'équilibre. Etudions donc l'équilibre, c'est-à-dire le cas limite : Commençons par raisonner avec UN SEUL VERIN :**

Commençons par tracer un graphe des liaisons afin de déterminer l'isolement le plus judicieux ainsi que l'équation à écrire pour obtenir le résultat demandé :

