



RESUME DU COURS DE MATHEMATIQUES



ESTIMATION

ECHANTILLONS

DEFINITION-1 : Soit \mathcal{L} une loi de probabilité définie sur un espace probabilisé (Ω, \mathcal{T}, P) . On appelle échantillon aléatoire de taille n (ou n -échantillon) de la loi \mathcal{L} toute suite $\varepsilon_n = (X_1, \dots, X_n)$ définie sur (Ω) et à valeurs dans \mathbb{R}^n où X_1, \dots, X_n sont n variables aléatoires, mutuellement indépendantes définies sur l'espace probabilisé (Ω, \mathcal{T}, P) et qui suivent la même loi de probabilité \mathcal{L} .

Pour tout $\omega \in \Omega$ tel que $\{\omega\} \in \mathcal{T}$ la réalisation de ε_n , c'est-à-dire $(X_1(\omega), \dots, X_n(\omega))$, notée (x_1, \dots, x_n) , s'appellera un échantillon observé.

DEFINITION-2 : On appelle statistique sur un échantillon $\varepsilon_n = (X_1, \dots, X_n)$ d'une loi de probabilité \mathcal{L} toute variable aléatoire $Y = \varphi(X_1, \dots, X_n)$ sur (Ω, \mathcal{T}, P) où φ est une application de \mathbb{R}^n dans \mathbb{R}

DEFINITION-3 : Soit $\varepsilon_n = (X_1, \dots, X_n)$ un n -échantillon de la loi \mathcal{L} . La statistique $\bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_k$ s'appelle moyenne empirique de la loi \mathcal{L} associée à l'échantillon ε_n

THEOREME : Soit \bar{X}_n la moyenne empirique associée à un n -échantillon d'une loi \mathcal{L} d'espérance m et de variance σ^2 , alors

$$E(\bar{X}_n) = m \text{ et } V(\bar{X}_n) = \frac{\sigma^2}{n}$$

THEOREME : La moyenne empirique \bar{X}_n associée à un n -échantillon d'une loi \mathcal{L} d'espérance m converge en probabilité (donc en loi) vers une variable certaine égale à m .

THEOREME : Soit \bar{X}_n la moyenne empirique associée à un n -échantillon d'une loi \mathcal{L} d'espérance m et de variance σ^2 , alors la variable centrée réduite associée à \bar{X}_n converge en loi vers une variable Y qui suit la loi normale $\mathcal{N}(0, 1)$.

$$\frac{\bar{X}_n - m}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \text{ converge en loi vers } Y$$