RESUME DU COURS DE MATHEMATIQUES

ESTIMATION

ECHANTILLONS

DEFINITION−1 : *Soit $\mathcal{L}$ une loi de probabilité définie sur un espace probabilisé $(\Omega, \mathcal{T}, P)$. On appelle échantillon aléatoire de taille n (ou $n-$échantillon) de la loi $\mathcal{L}$ toute suite $\varepsilon_n = (X_1, \ldots, X_n)$ définie sur (Ω) et à valeurs dans $\mathbb{R}^n$ où $X_1, \ldots, X_n$ sont n variables aléatoires , mutuellement indépendantes définies sur l'espace probabilisé $(\Omega, \mathcal{T}, P)$ et qui suivent la même loi de probabilité $\mathcal{L}$.*

Pour tout $\omega \in \Omega$ tel que $\{\omega\} \in \mathcal{T}$ la réalisation de ε_n, c'est-à-dire $(X_1(\omega), \ldots, X_n(\omega))$, notée $(x_1, \ldots, x_n)$, s'appellera un échantillon observé.

DEFINITION−2 : *On appelle statistique sur un échantillon $\varepsilon_n = (X_1, \ldots, X_n)$ d'une loi de probabilité $\mathcal{L}$ toute variable aléatoire $Y = \varphi(X_1, \ldots, X_n)$ sur $(\Omega, \mathcal{T}, P)$ où φ est une application de $\mathbb{R}^n$ dans $\mathbb{R}$*

DEFINITION−3 : *Soit $\varepsilon_n = (X_1, \ldots, X_n)$ un $n-$échantillon de la loi $\mathcal{L}$. La statistique $\overline{X_n} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} X_k$ s'appelle moyenne empirique de la loi $\mathcal{L}$ associée à l'échantillon ε_n*

<u>THEOREME</u> : Soit $\overline{X_n}$ la moyenne empirique associée à un $n-$échantillon d'une loi $\mathcal{L}$ d'espérance m et de variance σ^2, alors

$$E(\overline{X_n}) = m \text{ et } V(\overline{X_n}) = \frac{\sigma^2}{n}$$

<u>THEOREME</u> : La moyenne empirique $\overline{X_n}$ associée à un $n-$échantillon d'une loi $\mathcal{L}$ d'espérance m converge en proba-

bilité (donc en loi) vers une variable certaine égale à m.

<u>THEOREME</u> : Soit $\overline{X_n}$ la moyenne empirique associée à un $n-$échantillon d'une loi $\mathcal{L}$ d'espérance m et de variance σ^2, alors la variable centrée réduite associée a $\overline{X_n}$ converge en loi vers une variable Y qui suit la loi normale $\mathcal{N}(0,1)$.

$$\frac{\overline{X_n} - m}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \text{ converge en loi vers } Y$$

 Jean MALLET et Michel MITERNIQUE