



RESUME DU COURS DE MATHEMATIQUES



**CONVERGENCES DES
VARIABLES ALEATOIRES**

CONVERGENCE EN LOI

DEFINITION : Soit (X_n) une suite de VARD de Ω dans \mathbb{R} et X une VAR de Ω dans \mathbb{R} . Notons F_n la fonction de répartition de X_n et F celle de X . On dit que $(X_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ converge en loi vers X si :

en tout point $x \in \mathbb{R}$ où F est continue, $\lim_{n \rightarrow +\infty} F_n(x) = F(x)$.

Cas où X est une variable discrète :

Si $\forall n \in \mathbb{N}^*, X_n(\Omega) \subset X(\Omega)$, alors (X_n) converge en loi vers X si et seulement si

$\forall x \in X(\Omega), \lim_{n \rightarrow +\infty} P(X_n = x) = P(X = x)$.

Convergence de la loi binomiale vers la loi de Poisson

Soit $(X_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ une suite de VARD de Ω dans \mathbb{N} telle que $\forall n \in \mathbb{N}^*, X_n \hookrightarrow \mathcal{B}(n, p_n)$. On suppose que $\lim_{n \rightarrow +\infty} np_n = p \in]0, 1[$.

Alors (X_n) converge en loi vers une VARD X de Ω dans \mathbb{N} telle que $X \hookrightarrow \mathcal{P}(p)$.

Convergence de la loi l'hypergéométrique vers la loi binomiale

Soit X_N une suite de VARD qui suivent la loi $\mathcal{H}(N, n, p)$ et $S = \{N \in \mathbb{N} / Np \in \mathbb{N}^*\}$.

$(X_N)_{N \in S}$ converge en loi vers une variable X qui suit la binomiale $B(n, p)$.

INEGALITE DE BIENAYME-TCHEBICHEFF

Soit X une variable à densité possédant une espérance m et une variance $\sigma^2 > 0$. Alors

$$\forall \varepsilon > 0, P(|X - m| \geq \varepsilon) \leq \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2}$$