



**TD  
DYNAMIQUE - STATIQUE**

**DESCRIPTIF DU ROBOT NETTOYEUR DE PISCINE**



**Figure 1**

L'étude proposée concerne un robot nettoyeur de piscine publique, dont une photographie est fournie **figure 1**. Ce robot est conçu pour s'adapter à tout type de bassin, et peut nettoyer aussi bien les parois que le fond. Dans le cas de revêtement de paroi très glissant (carrelage), il peut être nécessaire de remplacer les brosses d'origine par des brosses en mousse spéciales car les brosses de nettoyage (**figures 1 et 2**) assurent aussi le déplacement du robot.

Elles sont pourvues d'ailettes radiales souples revêtues de matière antidérapante, et sont montées sur 4 rouleaux identiques (**figure 2**).

Chacun des rouleaux brosses est entraîné en rotation par un pignon de sortie 43 (**figure 3**).

Ces rouleaux entraînent également deux chenilles latérales (**figure 4**), servant : replacer le robot lorsqu'une configuration de basculement (non envisagés dans cette étude) empêche les brosses d'agir efficacement.

Une série de flotteurs montés sur un bras articulé (**figures 1 et 2**) permettent d'équilibrer le robot et d'adapter précisément sa masse (sans changer son volume) en fonction du revêtement intérieur de la piscine. Le robot est considéré comme ayant un centre des masses confondu avec celui des volumes (ce qui est le cas pour tout solide homogène, mais pas forcément pour un solide hétérogène)

Une pompe (**figures 2 et 4**) aspire l'eau entre les quatre rouleaux et la refoule après filtration,

selon l'axe central du robot.

**Ces deux phénomènes d'aspiration (dépression sous le robot) et de refoulement en partie supérieure du robot (effet de réaction) servent à plaquer le robot sur la surface à nettoyer, ce qui est indispensable pour le nettoyage des parois verticales.**

Le robot est alimenté en énergie électrique et lié à l'armoire de commande par un câble qui ne gêne pas son fonctionnement (pas d'action mécanique du câble sur le robot)

Ce robot offre trois modes de fonctionnement : automatique, manuel et programmé (pour nettoyage nocturne). Son mode de déplacement est non ordonné : en mode automatique ou programmé, le robot change de direction à intervalles de temps réguliers afin de parcourir l'intégralité du bassin.

Deux types de parcours sont possibles : « SOL » uniquement ou « SOL + PAROIS ». Dès sa mise en service en mode automatique ou programmé, le robot se déplace jusqu'à la rencontre d'une paroi. Au contact de celle-ci l'appareil se dresse, et signale à l'armoire de commande sa position inclinée.

Celle-ci inverse le sens de déplacement du robot si le programme « SOL » est sélectionné, sinon il gravit la paroi. Le temps d'une montée de paroi est défini par une temporisation programmable. Cette faculté permet le nettoyage des fosses de plongée d'une manière automatique, sans intervention humaine.

### Données techniques :

**Robot :** Masse :  $M = 40 \text{ kg}$ , Volume de l'engin:  $V_o = 38 \text{ dm}^3$

**Brosse :**  $\varnothing_{\text{int.}} = 115 \text{ mm}$ ,  $\varnothing_{\text{ext}} = 155 \text{ mm}$   
Distance axe brosse/sol (pompe active)  $R_b = 67,5 \text{ mm}$

**Moto-réducteur :**

**Moteur :**

Alimentation de base: 24 V continu

Vitesse nominale : 2500 trs/min, Puissance électrique: 50 W

Vitesse de fonctionnement :  $N_{\text{mot}} = 1815 \text{ trs/min}$

Rendement :  $\mu_m = 0,69$

**Réducteur :**

Rapport de réduction :  $r = 1/22,7$

Rendement :  $\mu_r = 0,91$

**Transmission moto-réducteur – rouleau :** Rendement :  $\mu_t = 0,83$

## QUESTIONS

### 1. Etude du temps de plongée.

L'objectif est ici d'évaluer le temps qui s'écoule entre la mise à l'eau du robot et son contact avec le fond. Pendant sa descente, supposée être une plongée verticale libre, il subit, de la part de l'eau, outre la poussée d'Archimède, une résistance à l'avancement appelée traînée. Dans ce cas précis, on peut, en première approximation, considérer que la traînée est proportionnelle à la vitesse du robot. Le coefficient de proportionnalité est évalué à  $C_l = 80 \text{ N} / (\text{m/s})^{-1}$ .

Le robot présente un axe central de symétrie.

On prendra comme repère d'étude  $R(\overset{u}{O}, \overset{u}{X}, \overset{u}{Y}, \overset{u}{Z})$

Paramétrage de la position du robot lors de la plongée :  $\overset{uuu}{OG} = Z \overset{u}{Z}$

**1.1.** Définir les différentes actions agissant sur le robot pendant la descente et représenter ces actions mécaniques le document réponse 1. On justifiera le fait que toutes les actions mécaniques auxquels est soumis le robot dans cette phase de plongée ont pour axe central  $(G, \overset{I}{Z})$

**1.2.** Exprimer l'accélération et la vitesse du robot lors de la descente (en fonction de la cote Z et de ses dérivées). En déduire l'équation différentielle reliant les dérivées de la cote Z et les efforts agissant sur le robot. (on prendra  $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ )

**1.3.** Evaluer le temps mis par le robot pour atteindre, à partir de son lâcher en surface, le fond situé à la cote  $Z = 2 \text{ m}$ .

## 2. Etude du déplacement horizontal.

Il s'agit ici de comprendre le fonctionnement horizontal du robot.

Hypothèses :

- ⊕ Centre de poussée A de la poussée d'Archimède, confondu avec le centre de gravité G.
- ⊕ Résultante des actions de l'eau sur le robot, dues à son avancement, réduite à la traînée, c'est à dire de direction horizontale (axe  $\Delta$ , fig. 6). La traînée est toujours considérée proportionnelle à la vitesse de déplacement; le coefficient (dans ce sens de déplacement relatif par rapport à l'eau) vaut  $C_2 = 67,5 \text{ N} / (\text{m/s})^{-1}$ . Distance  $d(G, \Delta) = d = 58 \text{ mm}$
- ⊕ Actions mécaniques sur le robot liées aux phénomènes d'aspiration et de refoulement noté  $\overset{uuu}{F}_{ar} = \overset{uuu}{F}_a + \overset{uuu}{F}_r$  toutes modélisées par un glisseur d'axe central  $(G, \overset{I}{Z})$
- ⊕ coefficient de frottement brosses – fond :  $f = 0,35$
- ⊕ force d'aspiration :  $F_a = 25 \text{ N}$
- ⊕ force de refoulement :  $F_r = 15 \text{ N}$
- ⊕ Brosses en liaison pivot parfaite avec le reste du robot.
- ⊕ 
$$\begin{cases} \overset{uuu}{CG} = L \overset{I}{X} - h \overset{I}{Z} \\ \overset{uuu}{BG} = -L \overset{I}{X} - h \overset{I}{Z} \end{cases} \text{ avec } L = 207 \text{ mm et } h = 148 \text{ mm}$$

**2.1.** Dessiner le schéma cinématique minimal de la transmission du motoréducteur à un rouleau en précisant les repères des différentes pièces. Calculer le rapport de réduction  $r_t$  de cette transmission.

**2.2.** Les brosses sont en liaison pivot parfaites avec le robot d'axes  $(O_{B \text{ ou } C}, \overset{I}{Y})$ . Donner la vitesse de rotation des brosses  $\omega_b$  telle que  $\overset{I}{\Omega}(\text{Brosse/robot}) = \omega_b \overset{I}{Y}$  lorsque le

robot se déplace vers la droite (on veillera à bien tenir compte du réducteur placé entre le moteur et la chaîne de transmission étudiée en 2.1)

- 2.3. En déduire l'expression littérale de la vitesse circonférentielle des brosses au niveau du rayon  $R_b$ , dans un repère lié au robot, en fonction de la vitesse de rotation du moteur :  $\dot{V}(B, \text{brosse/robot})$ . Donner la valeur numérique de cette vitesse.

En régime établi, la symétrie longitudinale permet de se ramener à une étude plane.

- 2.4. Faire un bilan des résultantes des actions agissant sur le robot et mettre en place leur modèle vectoriel sur le schéma du document réponse 2. On demande de distinguer les composantes normales  $(N_B, N_C)$  et tangentielles  $(T_B, T_C)$  au niveau des contacts avec le fond de la piscine en B et C. On placera les composantes tangentielles dans le bon sens en se justifiant.
- 2.5. En régime établi et en supposant qu'il y ait du glissement au niveau des roues, déterminer la vitesse du robot.
- 2.6. En comparant cette vitesse avec celle obtenue en 2.3 discuter de la pertinence de l'hypothèse de glissement faite à la question 2.6.
- 2.7. Pourquoi recherche-t-on ici le glissement ?
- 2.8. Déterminer les normes des composantes normales aux contacts  $(N_B, N_C)$
- 2.9. En déduire les normes des composantes tangentielles.
- 2.10. Evaluer la puissance dissipée par glissement au niveau des contacts ponctuels avec frottement en B et C.
- 2.11. Déterminer la puissance développée par les actions mécaniques extérieures (autres que les contacts en B et C) pour faire avancer le robot à la vitesse trouvée à la question 2.6.
- 2.12. En déduire la puissance électrique que doit fournir le moteur (sans tenir compte de la puissance électrique nécessaire pour entraîner la pompe d'aspiration et de refoulement).

### 3. Etude de la transition fond - paroi.

L'objectif de cette série de questions est de mettre en place les critères permettant de basculer sur la paroi.

On étudie le robot en train de se redresser :

⇒ Roues avant sur la paroi

⇒ Roues arrières sur le fond de la piscine

Hypothèses :

- ⊖ Actions mécaniques sur le robot liées aux phénomènes d'aspiration et de refoulement noté  $\vec{F}_{ar} = \vec{F}_a + \vec{F}_r$  toutes modélisées par un glisseur d'axe central  $(G, \vec{Z}_1)$ .
- ⊖ Centre de poussée A de la poussée d'Archimède, confondu avec le centre de gravité G.
- ⊖ Actions de l'eau due à l'avancement du robot négligeable.
- ⊖ Même type de contact sur le fond et les parois de la piscine.
- ⊖ On néglige les effets dynamiques : Reasonner avec les équations issues du principe fondamental de la statique.

3.1. Ecrire des conditions permettant de vérifier que le robot est bien en contact avec le fond en C et la paroi en D.

3.2. Exploiter ces inégalités pour en déduire des conditions sur la valeur algébrique des forces d'aspiration et de refoulement minimum. Faire les applications numériques en début de montée ( $\alpha = 5^\circ$ )

3.3. Définir analytiquement l'intensité des forces d'aspiration et de refoulement permettant d'assurer l'équilibre (on se place à la limite de la montée du robot) en fonction de la position  $\alpha$  du robot. On se placera à la limite du glissement en C et D. Faire les applications numériques en début de montée ( $\alpha = 5^\circ$ ). Conclure sur la possibilité ou non du robot de basculer de la position fond à la position paroi.

3.4. Avec une force d'aspiration et de refoulement de  $\vec{F}_{ar} = 20\vec{Z}_1$ , déterminer graphiquement sur le document réponse 3 l'adhérence minimum à avoir (on prendra la même entre les brosses et la paroi ou le fond et on se placera à la limite du glissement) pour permettre au robot de tenir (équilibre) dans la position représentée.

#### 4. Etude de la montée sur la paroi.

L'objectif de cette série de questions est de mettre en place les critères permettant la montée à la paroi.

On étudie le robot en train de monter sur la paroi verticale :

- ⇒ Roues avant sur la paroi
- ⇒ Roues arrières sur le fond de la piscine

Hypothèses :

- ⊖ Actions mécaniques sur le robot liées aux phénomènes d'aspiration et de refoulement noté  $\vec{F}_{ar} = \vec{F}_a + \vec{F}_r$  toutes modélisées par un glisseur d'axe central  $(G, \vec{X})$ .
- ⊖ Centre de poussée A de la poussée d'Archimède, confondu avec le centre de gravité G.
- ⊖ Actions de l'eau due à l'avancement du robot à adapter par rapport au déplacement sur le fond.
- ⊖ Même type de contact sur le fond et les parois de la piscine.

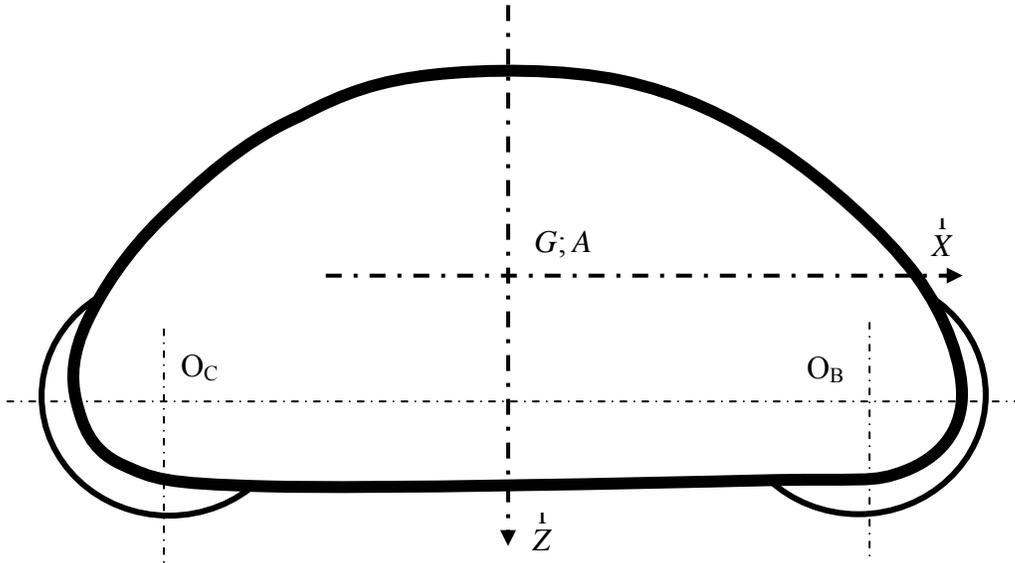
4.1. En s'inspirant du déplacement sur le fond, mettre en place sur le document réponse la résultante des actions de l'eau sur le robot dues à l'avancement : Trainée.

- 4.2. Mettre en place leur modèle vectoriel sur le schéma du document réponse 4. On demande de distinguer les composantes normales  $(\vec{N}_B, \vec{N}_C)$  et tangentielles  $(\vec{T}_B, \vec{T}_C)$  au niveau des contacts avec le fond de la piscine en B et C. On placera les composantes tangentielles dans le bon sens en se justifiant.
- 4.3. Déterminer l'intensité des forces d'aspiration et de refoulement permettant d'assurer une vitesse de montée de  $0,322 \text{ m.s}^{-1}$  (c'est-à-dire avec le même glissement donc la même qualité de nettoyage que sur le fond de la piscine).
- 4.4. Estimer la puissance électrique nécessaire au niveau du moteur pour assurer ce déplacement verticale (on ne tiendra pas compte de la puissance électrique nécessaire pour créer les forces d'aspiration et de refoulement)
- 4.5. En déduire la puissance électrique résiduelle disponible pour la pompe d'aspiration refoulement

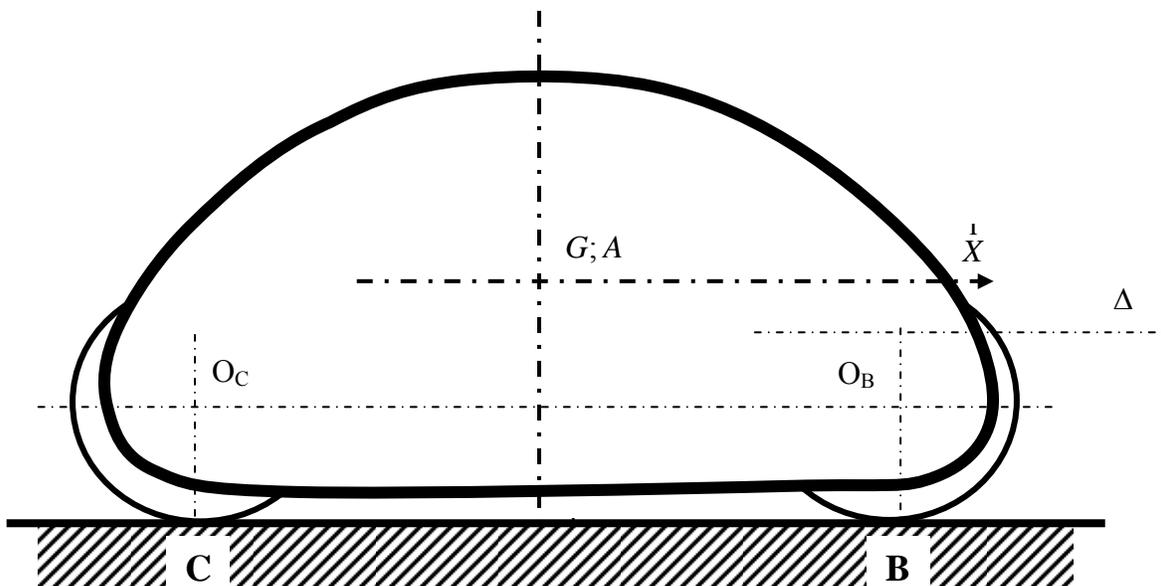
## Document 1 : Nomenclature

Repère	Désignation	Quantité
<b><i>Unité de nettoyage</i></b>		
1	Plateau inox	1
2	Boîtier	2
3	Seuil de porte	2
4	Flasque R nu	1
5	Flasque O nu	1
6	Couvercle de fond	1
7	Patin de garde au sol	2
8	Roulette garde au sol	4
9	Axe de roulette	4
10	Roulette frontale	4
11	Support roulette frontale	4
12	Rouleau complet	4
13	Axe de rouleau	2
14	Mousse rouleau	4
15	Brosse PVC	56
16	Clips pour Rouleau	16
17	Tube aspiration	2
18	Porte balai simple gauche équipé	1
19	Porte balai simple droit équipé	1
20	Peigne passage connecteur	2
21	Tige filetée fermeture porte équipée	2
22	Pompe complète	1
23	Patte accroche bras équipé	2
24	Bras articulé complet	1
25	Flotteur du bras articulé percé	6
26	Flotteur du bras articulé plein	2
27	Capot nu	1
28	Bouchon filet noir complet	1
<b><i>Unité d'entraînement</i></b>		
30	Cloison de pont	1
31	Joue de pont noire	2
32	Equerre supérieure pont	1
33	Equerre inférieure pont	1
34	Renfort axe de joue	2
35	Motoréducteur	2
36	Patte fixation moteur	4
37	Butée motoréducteur	4
38	Palier sur cloison	3
39	Palier sur joue	2
40	Rondelle palier sur cloison	3
41	Pignon d'entrée $Z_{41}=24$ et module $m=2$	2
42	Pignon intermédiaire $Z_{42}=36$ et module $m=2$	8
43	Pignon de sortie $Z_{43}=42$ et module $m=2$	4
44	Axe de pignon 42	4
45	Rondelle cale pignon 43	4
46	Bague d'étanchéité 30/47/7	4

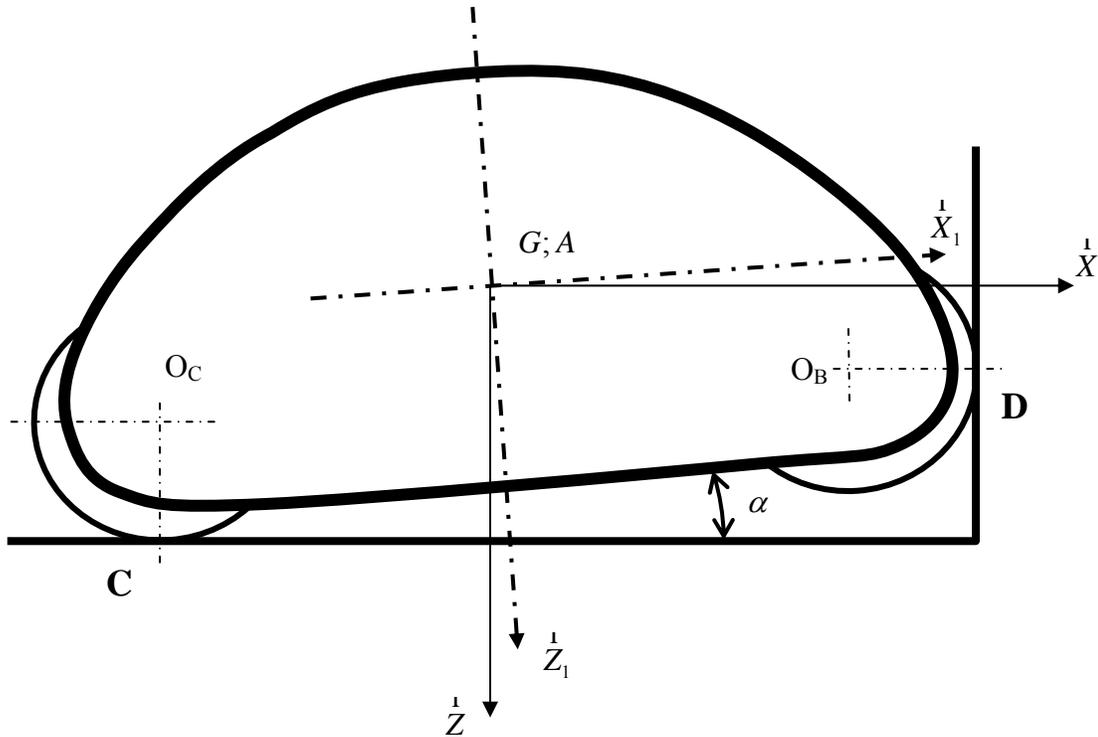
Document réponse 1 :



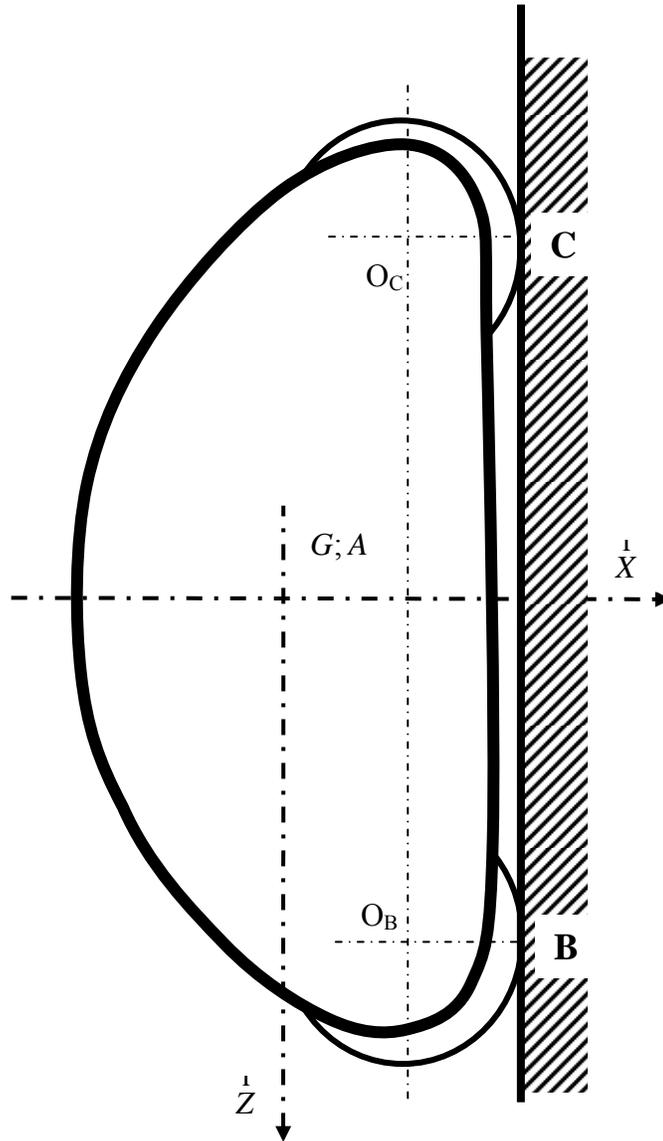
Document réponse 2 :



Document réponse 3 :



Document réponse 4 :



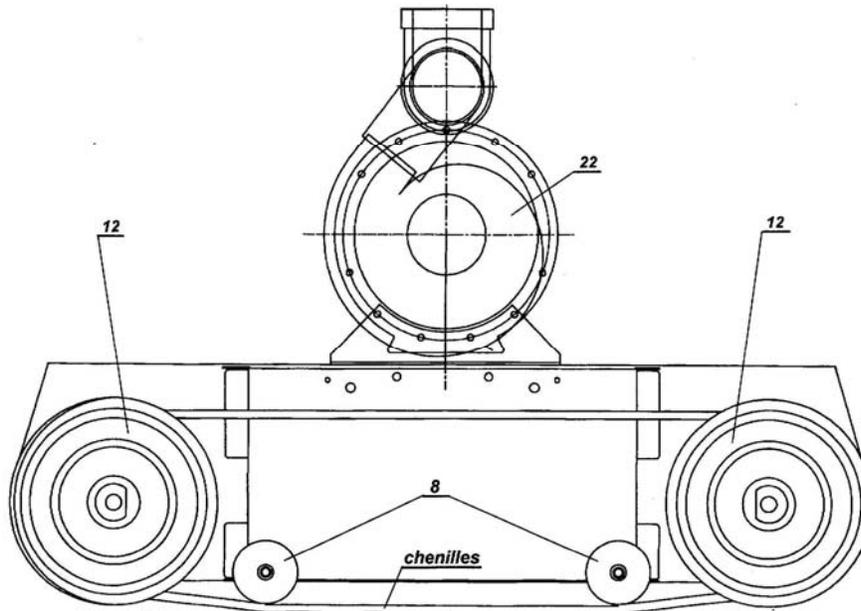


Figure 4 – Architecture globale

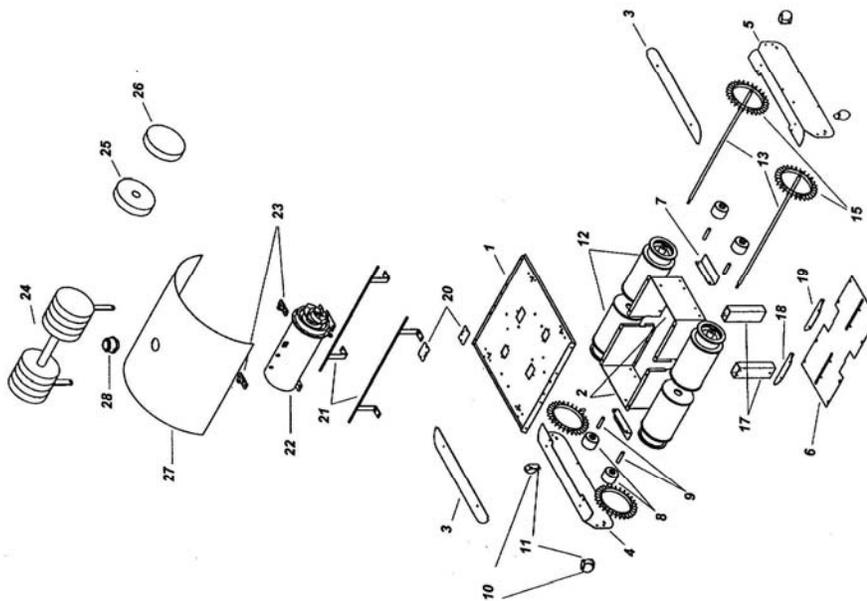


Figure 2 – Unité de nettoyage

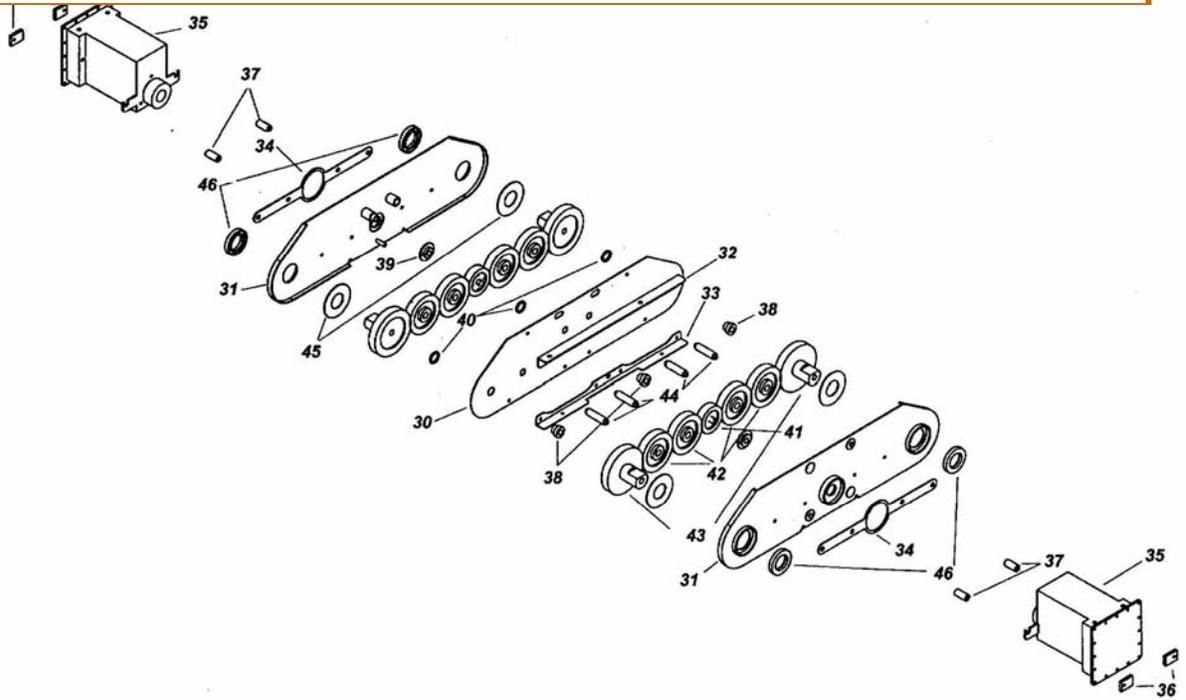
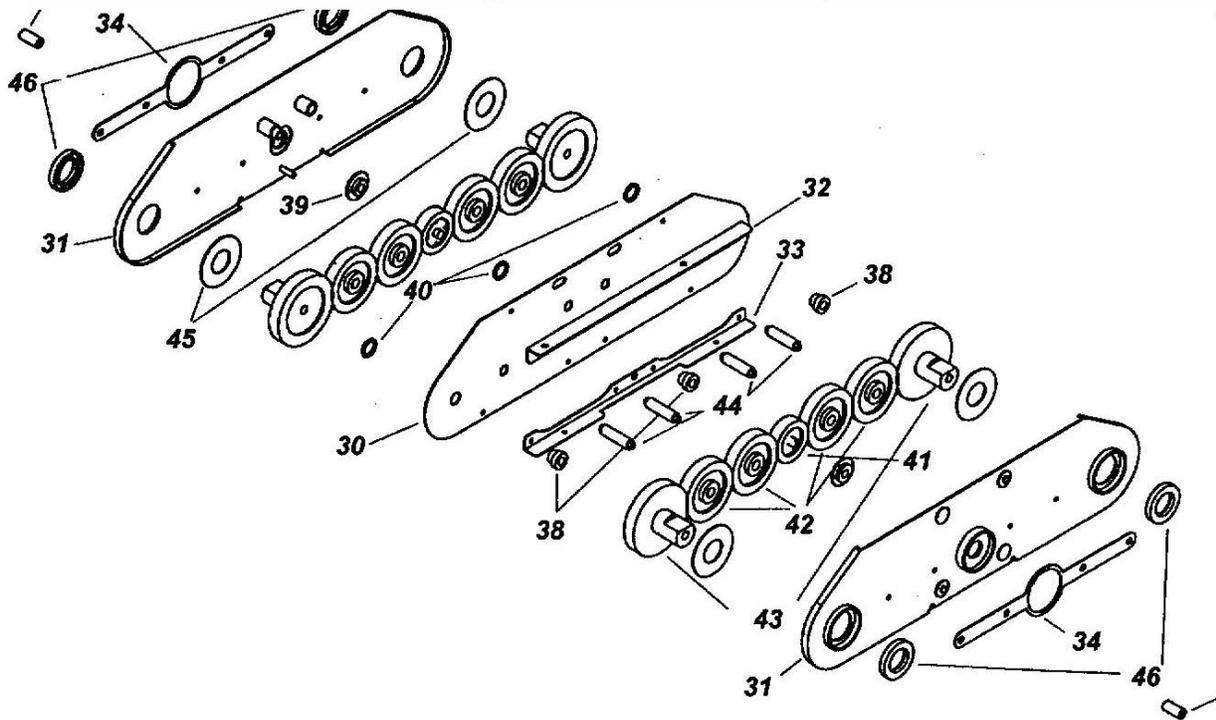


Figure 3 – Unité d'entraînement



# CORRECTION ROBOT NETTOYEUR DE PISCINE

## QUESTION 1.1

Définir les différentes actions agissant sur le robot pendant la descente :

D'après l'énoncé, pendant la phase de descente qualifiée de chute libre (pas d'action de support), le robot est soumis à

- L'action mécanique de la pesanteur d'axe central

$$\left( G, \overset{r}{Z} \right) : \left\{ T \left( \overset{r}{g} \rightarrow Robot \right) \right\} = \underset{G}{\left\{ \begin{array}{c} Mg \overset{1}{Z} \\ \overset{r}{0} \end{array} \right\}} = \underset{G}{\left\{ \begin{array}{c} 400 \overset{1}{Z} \\ \overset{r}{0} \end{array} \right\}}$$

- L'action mécanique de l'eau de 2 natures différentes :

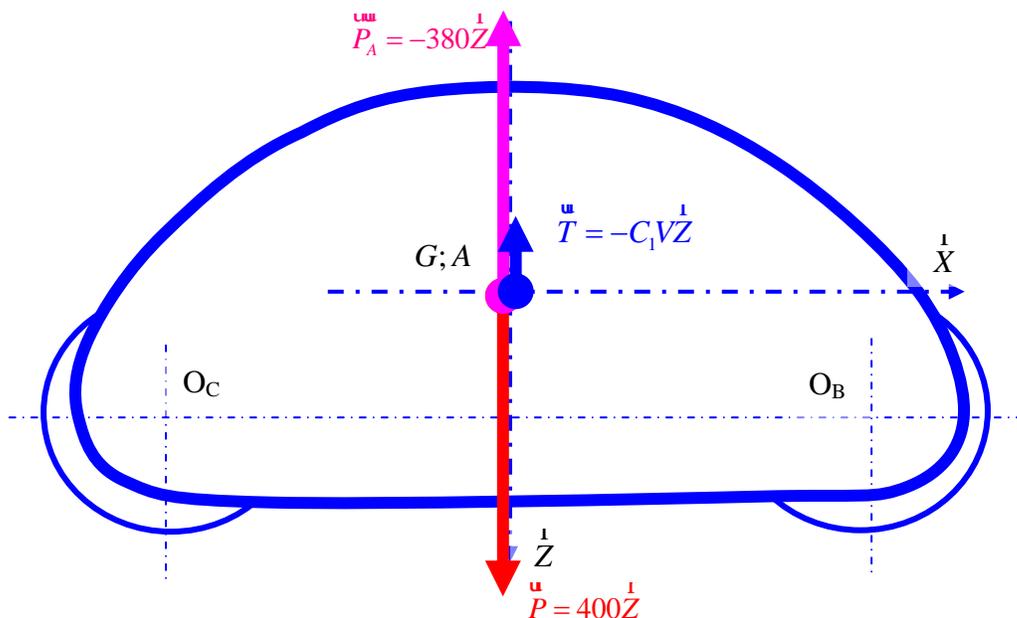
- ✓ La poussée d'Archimède : le centre des volume A étant considéré comme confondu avec le centre des masses G, l'axe central de la poussée d'Archimède est confondu avec celui de la pesanteur soit  $\left( G, \overset{r}{Z} \right)$  :

$$\left\{ T \left( Archimède \rightarrow Robot \right) \right\} = \underset{G}{\left\{ \begin{array}{c} \overset{u}{P}_A = -\rho_{eau} V_0 \overset{r}{Z} \\ \overset{r}{0} \end{array} \right\}} = \underset{G}{\left\{ \begin{array}{c} -380 \overset{r}{Z} \\ \overset{r}{0} \end{array} \right\}}$$

- ✓ La traînée, due et opposée à la vitesse, d'axe central  $\left( G, \overset{r}{Z} \right)$ , car cette droite est un

axe de symétrie du robot.  $\left\{ T \left( Trainée \rightarrow Robot \right) \right\} = \underset{G}{\left\{ \begin{array}{c} \overset{u}{T} = -C_1 V \overset{r}{Z} \\ \overset{r}{0} \end{array} \right\}}$

Représenter ces actions mécaniques le document réponse 1



QUESTION 1.2

Exprimer l'accélération et la vitesse du robot lors de la descente

Il suffit de dérivée par rapport au temps la position et la vitesse pour avoir respectivement la vitesse et l'accélération du robot, animé d'une translation vers le bas :

$$\Rightarrow \vec{V}_{robot} = V(G/R) = \left[ \frac{dOG}{dt} \right]_R = \dot{Z} \vec{z}$$

$$\Rightarrow \vec{a}_{robot} = a(G/R) = \left[ \frac{dV(G/R)}{dt} \right]_R = \dot{\dot{Z}} \vec{z}$$

En déduire l'équation différentielle reliant les dérivées de la cote Z et les efforts agissant sur le robot

Appliquons le théorème de la résultante dynamique au robot :

$$M \dot{a}(G/R) = \vec{P} + \vec{P}_A + \vec{T}, \text{ ce qui donne en projection sur } \vec{z} :$$

$$M \dot{\dot{Z}} = 400 - 380 - C_1 \dot{Z}, \text{ soit l'équation différentielle demandée :}$$

$$M \dot{\dot{Z}} + C_1 \dot{Z} = 20, \text{ ou encore en finissant de mettre les valeurs numériques :}$$

$$40 \dot{\dot{Z}} + 80 \dot{Z} = 20, \text{ soit de façon simplifiée :}$$

$$0,5 \dot{\dot{Z}} + \dot{Z} = 0,25$$

QUESTION 1.3

Temps mis par le robot pour atteindre le fond situé à la cote Z = 2 m.

On résoud l'équation différentielle trouvée ci-dessus :

$$0,5 \dot{\dot{Z}} + \dot{Z} = 0,25, \text{ posons } V = \dot{Z}. \text{ L'équation différentielle s'écrit donc : } 0,5 \dot{V} + V = 0,25$$

→ La solution particulière, de la même forme que le second membre, c'est-à-dire constant vaut, de façon évidente :  $V = 0,25$

→ La solution générale de cette équation différentielle sans second membre, s'écrit :

$$0,5 \dot{V} + V = 0, \text{ soit encore, } \frac{\dot{V}}{V} = -2. \text{ Ou bien : } \frac{d[\ln(V)]}{dt} = -2.$$

$$\text{D'où } \ln(V) = -2t + Cste, \text{ soit } V = \lambda e^{(-2t)}$$

→ La solution de cette équation différentielle est donc  $V = 0,25 + \lambda e^{(-2t)}$ .

Or à  $t=0$ , la vitesse V est nulle, on a donc la constante d'intégration  $\lambda$  qui vaut

$$V(0) = 0 = 0,25 + \lambda, \text{ soit } \lambda = -0,25.$$