



05 – SI - PSI

ECOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSEES,  
ECOLES NATIONALES SUPERIEURES DE L'AERONAUTIQUE ET DE L'ESPACE,  
DE TECHNIQUES AVANCEES, DES TELECOMMUNICATIONS,  
DES MINES DE PARIS, DES MINES DE SAINT-ETIENNE, DES MINES DE NANCY,  
DES TELECOMMUNICATIONS DE BRETAGNE,  
ECOLE POLYTECHNIQUE (FILIERE TSI).

CONCOURS D'ADMISSION 2005

**EPREUVE DE SCIENCES INDUSTRIELLES  
FILIERE PSI  
(Durée de l'épreuve : 4 heures)**

*Cet énoncé comporte 12 pages de texte numérotées de 1 à 12 et un dossier de 7 pages regroupant les annexes. Le travail doit être reporté sur le document-réponse de 16 pages distribué avec l'énoncé. Pour valider ce document-réponse, chaque candidat doit obligatoirement y inscrire à l'encre, à l'intérieur du rectangle d'anonymat situé en première page, ses nom, prénoms (souligner le prénom usuel), numéro d'inscription et signature, avant même de commencer l'épreuve. Il est conseillé de lire rapidement la totalité du sujet avant de commencer l'épreuve. Un seul document-réponse est fourni au candidat. Le renouvellement de ce document en cours d'épreuve est interdit.*

*Les questions sont organisées suivant une progression logique caractéristique de la discipline. Toutefois les parties peuvent être abordées indépendamment les unes des autres.*

*La rédaction des réponses sera la plus concise possible : on évitera de trop longs développements de calcul en laissant subsister les articulations du raisonnement (la taille des zones réservées aux réponses n'est pas représentative de la longueur des réponses attendues).*

*Si, au cours de l'épreuve, le candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en notant et expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.*

*L'usage d'ordinateur et de calculatrice est interdit*

## **La ligne de métro METEOR**



## 1 Présentation du système

La ligne METEOR reliant Tolbiac Massena à Madeleine est équipée d'un métro automatique à roulement sur pneumatiques ; le parc se compose de 19 trains de 6 voitures. Chaque train, d'une longueur de 90 m et d'une largeur de 2,50 m, est constitué de deux remorques avec pupitre de conduite de secours encadrant quatre motrices.

La *Commande Automatique Intégrale* (CAI) de cette ligne nécessite un ensemble de dispositifs de contrôles-commandes, appelé *Système d'Automatisation de l'Exploitation des Trains* (SAET), permettant non seulement l'exploitation normale mais également la gestion des situations dégradées pouvant résulter d'une anomalie de fonctionnement d'un sous-système ou d'un composant, ou d'une perturbation externe (incident relatif à un voyageur par exemple).

Pour réaliser ces fonctions, l'architecture matérielle nécessaire est distribuée en station, le long de la ligne et à bord des trains. La plupart des équipements sont redondants<sup>1</sup> afin d'atteindre un haut niveau de disponibilité. Les équipements installés en station assurent les commandes liées en particulier à la circulation des trains (contrôles d'espacement et de manœuvres). Les équipements en ligne sont constitués d'un support de transmission voie-machine continu et de balises ponctuelles de localisation des trains.

Le *Pilote Automatique Embarqué* (PAE) du SAET assure les transmissions de messages codés avec les équipements fixes. Il commande le déplacement des trains, gère les arrêts en station en contrôlant l'ouverture et la fermeture des portes du train et des portes palières sur le quai. Il assure en sécurité le contrôle de la vitesse des trains (traction/freinage), la commande des itinéraires, la commande des portes et le suivi des alarmes à l'intention des voyageurs. Il utilise, pour localiser le train sur la voie, un dispositif d'interrogation et de détection des messages codés émis par les balises ponctuelles sur la voie, et des roues phoniques<sup>2</sup> montées sur un essieu du train.

L'objet de cette étude est l'analyse de fonctions principales assurées par la rame de métro :

- Tout d'abord la fonction « sécurité », en considérant plus particulièrement les contraintes de sécurité par rapport à la voie.
- Ensuite la fonction « rouler », en examinant l'élaboration de la transmission du mouvement aux roues, puis en développant au niveau de chaque motrice les structures d'asservissement successivement en phase de traction et de freinage.

## 2 Fonction « sécurité »

Le cahier des charges fonctionnel impose avant tout d'effectuer le transfert des voyageurs entre le quai et la rame dans des conditions de sécurité et de disponibilité. Un passage libre doit donc être créé lorsque le transfert des voyageurs est autorisé, le passage doit être fermé afin de protéger les voyageurs de l'environnement extérieur dans le cas contraire.

En mode CAI, l'ensemble des fonctions de pilotage étant entièrement confié au SAET, le mouvement du train d'une station à la suivante est géré par un graficet dont une version simple est donnée Figure 1.

<sup>1</sup> Implantés en plusieurs exemplaires en parallèle.

<sup>2</sup> Une roue phonique est un capteur de type incrémental permettant de fournir aux ordinateurs embarqués l'information de la position de la rame.

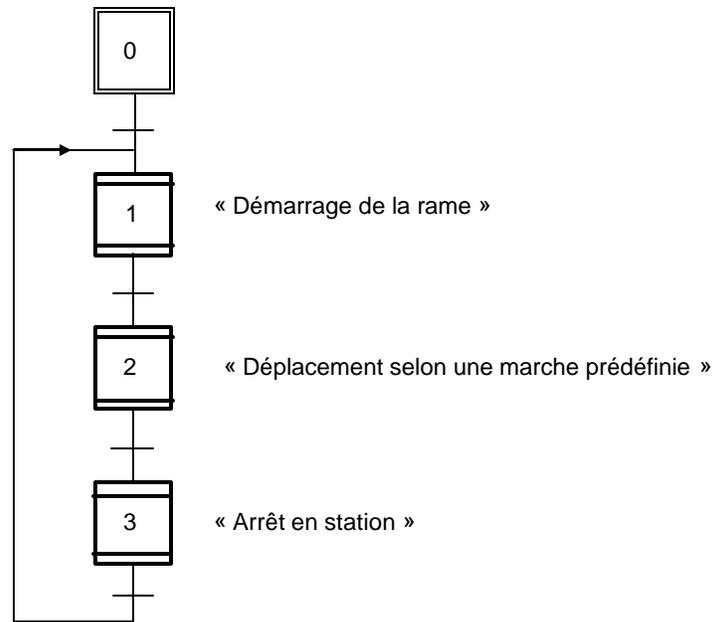


Figure 1

**Question 1 :** On cherche à établir le grafcet d'une phase d'arrêt en station. Pour cela, détailler l'expansion de la macroétape 3 à partir des spécifications, des variables Entrées/Sorties et des macroétapes décrites au paragraphe 1 de l'Annexe 1. On veillera à n'utiliser que les variables entrées/sorties répertoriées dans ce paragraphe 1 de l'Annexe 1. On utilisera comme point de départ le début de grafcet fourni Figure 2.

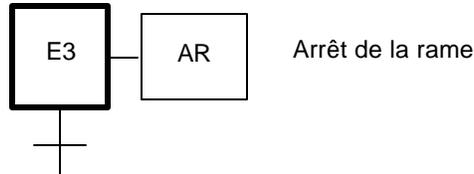


Figure 2

Réaliser alors l'expansion de la macroétape OG à partir des spécifications et des variables Entrées/Sorties décrites au paragraphe 2 de l'Annexe 1. On veillera également à n'utiliser que les variables entrées/sorties répertoriées dans ce paragraphe 2 de l'Annexe 1. On utilisera comme point de départ un début de grafcet similaire à celui fourni Figure 2.

### 3 Fonction « rouler »

Les bogies (Annexe 2) ont pour fonction d'assurer le roulement des trains.

Les bogies supportent la charge des voitures et assurent le guidage par rapport au sol. Le guidage est réalisé en pleine voie par les roues de guidage qui sont « pincées » entre deux barres de guidage. En l'absence des barres de guidage, lors du franchissement des appareils de voie (aiguillage), le guidage est réalisé par le contact latéral des roues auxiliaires avec les rails.

Les bogies assurent la fonction traction/freinage en transmettant aux roues le couple moteur par l'intermédiaire des ponts moteurs. Le moteur fournit soit un couple moteur soit un couple de freinage. La fonction freinage est complétée par un système de freinage mécanique.

La suspension des bogies assure le confort des passagers et le maintien du plancher des voitures à une hauteur la plus constante possible. Des frotteurs (positifs) permettent de capter l'énergie électrique sur les

barres de guidage. Des frotteurs (négatifs) permettent le retour du courant par l'intermédiaire du rail de roulement. Des frotteurs de masse réalisent la mise à la masse des véhicules.

Le pivotement entre caisse et bogie est permis grâce à une couronne à billes de 1220 mm de diamètre.

**Question 2 :** Décrire la fonction «rouler » dans un premier diagramme FAST en se limitant au premier niveau de description, sans spécifier les solutions techniques associées à chaque sous -fonction.

Détailler ensuite dans un deuxième diagramme la fonction « traction/freinage ». Ce deuxième diagramme se limitera à deux niveaux de décomposition supplémentaires maximum ; on indiquera les solutions techniques utilisées pour réaliser les sous-fonctions du dernier niveau de décomposition.

### 3.1 Etude de la transmission

Le mouvement de rotation de l'arbre moteur est transmis aux roues par l'intermédiaire de deux réducteurs différentiels et de quatre réducteurs (un par roue). On s'intéresse dans la Figure 3 à l'étude de la transmission du mouvement de rotation du moteur aux quatre roues d'un bogie. Chaque arbre n° k est animé d'une vitesse de rotation par rapport au bogie 0 notée  $\vec{w}_{k/0}$ . Le plan et les schémas correspondants à un réducteur différentiel et à un réducteur de roue sont donnés en Annexe 3.

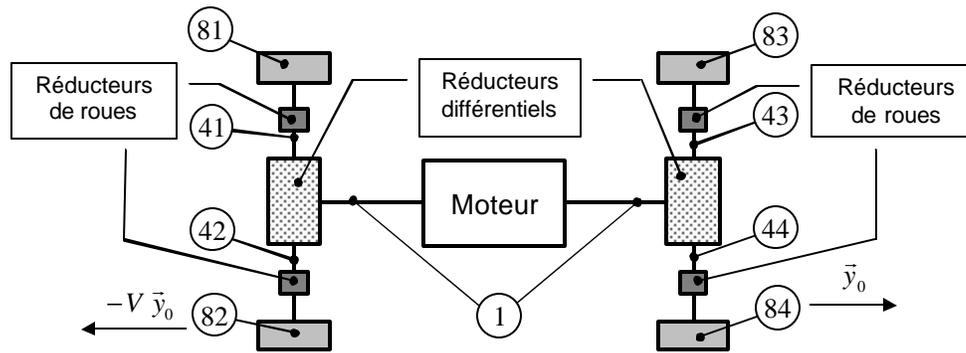


Figure 3 : Schéma synoptique de la transmission

Dans l'étude suivante, on cherche à évaluer le rôle des différentiels et des réducteurs dans la fonction de transmission. Pour cela on étudie les relations entre les paramètres cinématiques et les composantes des actions mécaniques intervenant dans ce système.

#### 3.1.1 Etude du différentiel

Pour cette étude, les poids des pièces seront négligés.

**Question 3 :** Exprimer  $\frac{w_{2/0}}{w_{1/0}}$  en fonction des nombres de dents des pignons et en tenant compte des notations données en Annexe 3. Montrer par un raisonnement géométrique simple que

$$\frac{w_{41/2}}{w_{42/2}} = -1. \text{ En déduire une relation entre } w_{41/0}, w_{42/0} \text{ et } w_{1/0}.$$

**Question 4 :** En isolant le solide (1), écrire l'équation de statique qui permet de relier  $C_{m/1}$  et  $Z_{1/2}$  (Annexe 3). Isoler ensuite l'ensemble de solides (2), (3), (41) et (42) et écrire l'équation de statique reliant  $C_{51/41}$ ,  $C_{52/42}$  et  $C_{m/1}$  (en tenant compte des résultats précédents) en fonction des paramètres géométriques du mécanisme.

**Question 5 :** En appliquant le théorème de l'énergie puissance à l'ensemble du mécanisme étudié et en admettant que la puissance des actions mécaniques intérieures est nulle, écrire une relation entre  $w_{41/0}$ ,  $w_{42/0}$ ,  $w_{1/0}$ ,  $C_{51/41}$ ,  $C_{52/42}$  et  $C_{m/1}$ . En tenant compte des équations précédentes, en déduire une relation entre  $C_{51/41}$  et  $C_{52/42}$ .

L'ensemble constitué du différentiel et de la couronne dentée (2) du réducteur conique pourra être représenté symboliquement par le schéma de la Figure 4.

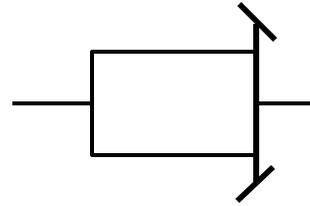


Figure 4

**Question 6 :** Dessiner sur le schéma du document-réponse les réducteurs coniques qui permettent d'obtenir un sens de rotation identique pour toutes les roues du bogie sachant que  $\vec{\Omega}_{1/0} = w_{1/0} \vec{y}_0$  avec  $w_{1/0} > 0$ , et que le bogie est animé d'un mouvement de translation par rapport au sol de vitesse  $\vec{V}_{b/s} = -V \vec{y}_0$  avec  $V > 0$ .

L'étude précédente permet de montrer la relation  $w_{81/0} + w_{82/0} = I w_{1/0}$ . On montre aussi l'égalité

$$w_{83/0} + w_{84/0} = I w_{1/0}.$$

L'usure légèrement différente des pneus induit des vitesses de rotation des roues (imposées par une hypothèse de non glissement des roues sur le sol) différentes et ce même lors d'un mouvement de translation du bogie par rapport au sol (en ligne droite). Pour rendre compte de ces différences de vitesse de rotation, on pose :

$$w_{81/0} = a_2 w_{82/0} = a_3 w_{83/0} = a_4 w_{84/0}.$$

**Question 7 :** Montrer en tenant compte des remarques précédentes que l'hypothèse de non glissement n'est pas réaliste et qu'il y a forcément glissement de l'une des quatre roues d'un bogie sur le sol. Dessiner sur le schéma du document-réponse une solution palliant ce problème. Le schéma symbolique de la Question 5 pourra être utilisé pour représenter un différentiel.

**Question 8 :** Pour quelle(s) raison(s) la solution initiale étudiée aux questions 3 à 6 a-t-elle été néanmoins retenue par le concepteur du bogie ? Pour répondre, on analysera les différentes causes qui peuvent produire une différence de vitesses de rotation entre les quatre roues d'un bogie. De même, on considérera les effets d'une perte complète d'adhérence d'une des roues sur le sol lors d'une crevaison.

### 3.1.2 Etude des réducteurs de roues

Pour la suite de l'étude, on s'intéresse au comportement des réducteurs de roues. Le but de ce travail est de déterminer les actions mécaniques transmises par les liaisons entre les solides (6a) et (7), entre les solides (6b) et (7) et entre les solides (8) et (7) (Figure A5 Annexe 3) en tenant compte des effets dynamiques. On négligera par la suite le poids devant l'intensité des autres actions mécaniques transmises par les liaisons ; on supposera de plus que  $w_{8/0}$  et  $V$  sont constants.

**Question 9 :** Montrer par un raisonnement simple et en tenant compte des notations données en Annexe 3

la relation  $\frac{w_{6a/8}}{w_{6b/8}} = -1$ . En déduire une relation entre  $w_{8/0}$  et  $w_{6a/0}$ . Pour cette question, il est

possible de travailler par analogie et d'utiliser les résultats de la Question 3.

Afin de tenir compte des effets dynamiques dans le calcul des actions mécaniques, on cherche à déterminer le torseur dynamique  $\vec{D}_{7/sol}$  du solide (7) dans son mouvement par rapport au sol.

**Question 10 :** Calculer la vitesse  $\vec{V}(G \in 7/sol)$  du point G appartenant au solide (7) dans son mouvement par rapport au sol, l'accélération  $\vec{\Gamma}(G \in 7/sol)$  du point G appartenant au solide (7) dans son mouvement par rapport au sol, et la résultante dynamique  $\vec{R}_d 7/sol$  du solide (7) dans son mouvement par rapport au sol, en fonction de  $\vec{w}_{8/0}$  et des données géométriques du mécanisme.

**Question 11 :** Exprimer  $\frac{\vec{w}_{7/8}}{\vec{w}_{6b/8}}$  en fonction des nombres de dents des pignons et en tenant compte des notations données en Annexe 3. En déduire  $\vec{\Omega}_{7/8}$  puis  $\vec{\Omega}_{7/sol}$  en fonction de  $\vec{w}_{8/0}$ .

Simplifier la matrice d'inertie  $I(G;7)$  du solide (7) en tenant compte des propriétés du solide (7) et l'exprimer dans la base  $B_8$ . Calculer le moment cinétique  $\vec{s}(G,7/sol)$  en G du solide (7) dans son mouvement par rapport au sol, puis le moment dynamique  $\vec{d}(G,7/sol)$  en G du solide (7) dans son mouvement par rapport au sol.

Les actions mécaniques de (6a) sur (7) et de (6b) sur (7) sont modélisées par des glisseurs de résultantes  $\vec{F}_{6a/7}$  et  $\vec{F}_{6b/7}$  passant respectivement par les points D et E. Les directions de ces résultantes sont définies par l'angle de pression  $\mathbf{a}$  et le demi-angle  $\mathbf{b}$  au sommet du cône comme indiqué sur le document-réponse.

**Question 12 :** Représenter (de préférence en utilisant de la couleur), sur les différentes vues du document-réponse, les composantes des actions mécaniques  $\vec{F}_{6a/7}$ . Exprimer alors  $X_{6a/7}$ ,  $Y_{6a/7}$  et  $Z_{6a/7}$ , les coordonnées de la résultante du torseur d'action mécanique  $T_{6a/7}$ , en fonction de  $\|\vec{F}_{6a/7}\|$ ,  $\mathbf{a}$  et  $\mathbf{b}$ . Isoler ensuite le solide (6a) et écrire l'équation permettant de déterminer  $Z_{6a/7}$  en fonction de  $C_{51}$  et des caractéristiques géométriques du mécanisme. En déduire  $X_{6a/7}$  et  $Y_{6a/7}$ .

**Question 13 :** Représenter (de préférence en utilisant de la couleur), sur les différentes vues du document-réponse, les composantes des actions mécaniques  $\vec{F}_{6b/7}$ . Exprimer alors  $X_{6b/7}$ ,  $Y_{6b/7}$  et  $Z_{6b/7}$ , les coordonnées de la résultante du torseur d'action mécanique  $T_{6b/7}$ , en fonction de  $\|\vec{F}_{6b/7}\|$ ,  $\mathbf{a}$  et  $\mathbf{b}$ . Isoler ensuite le solide (7) et calculer les coordonnées des torseurs d'action mécanique  $T_{8/7}$  et  $T_{6b/7}$  en fonction de  $C_{51}$ ,  $\vec{w}_{8/0}$  et des caractéristiques géométriques et cinétiques du mécanisme.

### 3.2 Etude de la fonction traction/freinage

Chaque motrice comporte un *Equipement de Traction/Freinage* (ETF), constitué de deux moteurs asynchrones. Cet équipement assure l'effort de traction ainsi que le freinage électrodynamique. Chaque voiture comporte par ailleurs un frein mécanique. En *Commande Automatique Intégrale* (CAI), toutes les commandes sont transmises aux ordinateurs des voitures par le SAET.

### 3.2.1 Formalisation de la structure de commande

La position  $x(t)$  de la rame est asservie sur une valeur de consigne  $x^*(t)$  par l'intermédiaire d'une structure cascade au sein de laquelle sont pilotées l'accélération  $g(t)$ , la vitesse  $v(t)$  et enfin la position du véhicule (Figure 5). Seule la position de la rame est mesurée par l'intermédiaire de roues phoniques ; la vitesse et l'accélération du véhicule sont ensuite calculées.

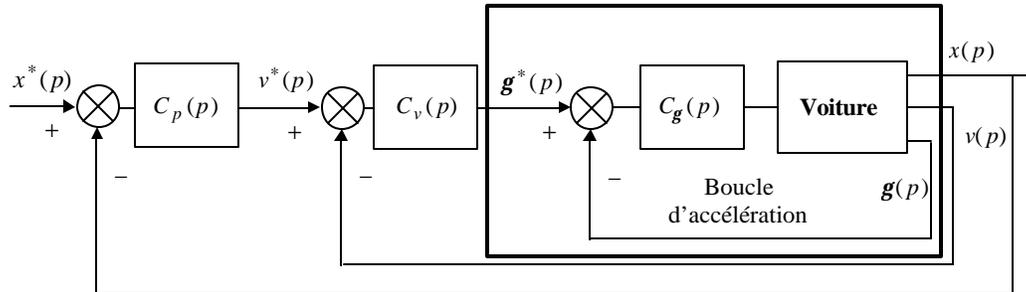


Figure 5

L'avantage d'une structure cascade réside dans la possibilité de maîtriser, outre la position, les variables intermédiaires très importantes comme la vitesse et l'accélération, permettant ainsi par exemple de limiter l'accélération (on parle alors de saturation de l'accélération) afin de respecter le confort des passagers.

Pour tenir compte du confort des passagers, non seulement l'accélération est limitée, mais également le jerk, qui est la dérivée de l'accélération. Cette limitation du jerk est directement implantée sur le calculateur fournissant la commande calculée selon la structure de la Figure 6. On note  $T$  le temps écoulé entre deux instants  $t - T$  et  $t$  de calcul effectif de l'accélération.

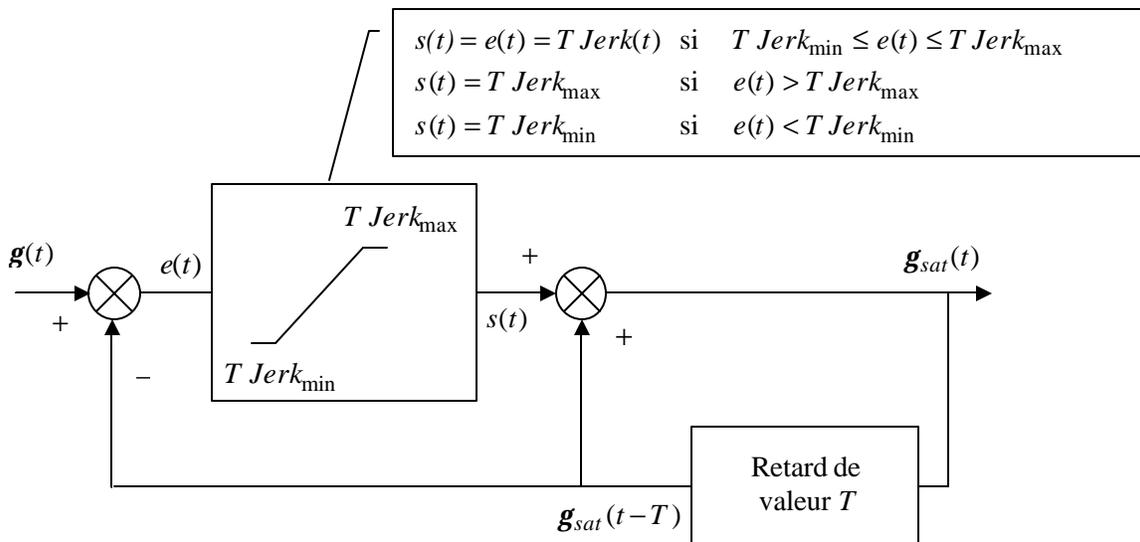


Figure 6

**Question 14 :** Ecrire le système d'équations fournissant  $g_{sat}(t)$  en fonction de la valeur  $g_{sat}(t-T)$  calculée  $T$  secondes auparavant. Analyser alors la structure de saturation proposée.

En considérant la structure cascade de la Figure 5, quelles sont les répercussions de cette limitation du jerk sur la vitesse et la position du véhicule ?