ANALYSE

ENONCE DE L'EXERCICE

ENONCE :

ENONCE–3

Soit $I =]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ et f l'application de I dans $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = \tan(x)$.

1) Déterminer une relation entre f et f' et en déduire que f est indéfiniment dérivable.

2) Exprimer, pour tout entier naturel n, $f^{(n+1)}$ en fonction de $f, f', \ldots, f^{(n)}$; en déduire que, pour tout $x \in [0, \frac{\pi}{2}[$, on a $f^{(n)}(x) \geq 0$.

3) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose $a_n = \dfrac{f^{(n)}(0)}{n!}$.

a) Exprimer a_{n+1} en fonction de $a_0, a_1, \ldots, a_n$.

b) Montrer que $f^{(k)}$ est une fonction qui a la même parité que le nombre $k+1$.

c) Calculer, pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, a_{2n}.

4) Pour tout $x \in [0, \frac{\pi}{2}[$, et tout entier $n \in \mathbb{N}$, en appliquant la formule de Taylor avec reste intégral, montrer que $f(x) \geq \displaystyle\sum_{k=0}^{n} a_k x^k$.

Jean MALLET et Michel MITERNIQUE
© EDUKLUB SA
Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 4 pages.