PROBABILITES DISCRETES

ENONCE DE L'EXERCICE

ENONCE :

ENONCE–26

Une puce se déplace sur un axe gradué d'origine O par bonds successifs d'une ou de deux unités vers la droite suivant la procédure suivante :

- Au départ la puce est en O.
- Si à un instant la puce est sur la case d'abscisse k, l'instant d'après elle sera soit sur la case d'abscisse $k+1$ avec la probabilité $\frac{1}{2}$, soit sur la case d'abscisse $k+2$ avec la probabilité $\frac{1}{2}$.
- Les sauts sont indépendants.

1) On note S_n la variable aléatoire égale au nombre de sauts d'une unité effectués par la puce au bout de n sauts. Déterminer la loi de S_n et son espérance $E(S_n)$.

2) On note X_n la variable aléatoire égale à l'abscisse de la puce après n sauts. Déterminer la loi de X_n, son espérance et sa variance.

3) On note Y_n la variable égale au nombre de sauts nécessaires pour atteindre ou dépasser la case d'abscisse n.

a) Déterminer $Y_n(\Omega)$.

b) Montrer que, pour tout entier $n \geq 2$ et tout entier $k \geq 1$:

$$P(Y_n = k) = \frac{1}{2}P(Y_{n-1} = k-1) + \frac{1}{2}P(Y_{n-2} = k-1).$$

c) Montrer que, pour tout entier $n \geq 2$:

$$E(Y_n) = \frac{1}{2}E(Y_{n-1}) + \frac{1}{2}E(Y_{n-2}) + 1.$$

4) Déterminer un réel a tel que la suite (u_n) définie par $u_n = E(Y_n) - na$ vérifie une relation de récurrence linéaire d'ordre 2.

Déterminer alors u_n, puis $E(Y_n)$ en fonction de n.

© EDUKLUB SA
Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 6 pages.

INDICATIONS DE SOLUTION

Dans la question numéro 3), on pourra, pour le calcul de l'espérance, distinguer les cas n pair et n impair

 © EDUKLUB SA
Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 6 pages.