ANALYSE

ENONCE DE L'EXERCICE

ENONCE :

ENONCE–12

Soit a un réel strictement positif et (x_n) la suite définie par :

$$x_0 = a \quad \text{et } \forall n \in \mathbb{N},\ x_{n+1} = \frac{x_n}{1+(n+1)x_n^2}.$$

1) a) Montrer que la relation précédente définit bien une suite numérique.

b) Expliciter la suite (x_n) lorsque $a = 1$.

2) Montrer que dans le cas général la suite (x_n) est décroissante et minorée.

Déterminer la limite de la suite (x_n).

3) a) Étudier la fonction f_n définie sur $\mathbb{R}_+$ par : $f_n(x) = \dfrac{x}{1+(n+1)x^2}$.

b) Montrer que, pour $n \geq 1$, on a : $0 < x_n \leq \dfrac{1}{n+1}$.

c) Montrer que, pour $k \geq 1$, on a : $\dfrac{1}{x_{k+1}} - \dfrac{1}{x_k} = (k+1)x_k$.

En déduire, que pour $n \geq 1$, on a :

$$\frac{1}{n-1+\frac{1}{x_1}} \leq x_n \leq \frac{1}{n+1}.$$

Donner un équivalent simple de x_n lorsque n tend vers + l'infini.

© EDUKLUB SA
Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 4 pages.