- CCP DEUG 2005 : Physique 2 -

• **ENONCE :** « A propos du stockage des déchets nucléaires »

Le stockage des déchets radioactifs constitue un problème majeur dans la poursuite du programme nucléaire des nations. De nombreuses solutions sont à l'étude. Une d'entre elles a pour but d'enfouir, dans la roche, ces résidus inutilisables en les incorporant au béton. On se propose, ici, d'étudier un des problèmes posés par cette méthode : le contrôle de la production de chaleur.

*Les parties **A** et **B** sont totalement indépendantes.*

- Partie A : Diffusion thermique –

L'espace est rapporté, en coordonnées cartésiennes, à un repère orthonormé direct (*Ox, Oy, Oz*) de base $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$.

Une paroi d'épaisseur l, comprise entre deux plans infinis et parallèles, perpendiculaires à l'axe *O*x, est constituée d'un matériau de conductivité thermique l , de masse volumique m et de coefficient thermique massique isochore c_v. Les grandeurs l, m et c_v sont constantes, et les dimensions de la paroi sont invariables.

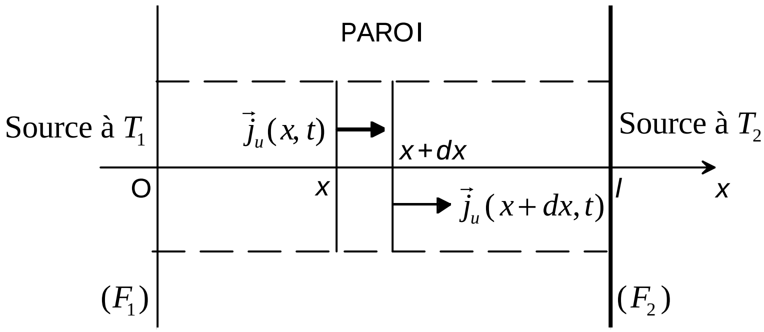
La face F_1, d'abscisse *x* = *0*, est maintenue à la température T_1 constante. La seconde face F_2, située en $x = l$, se trouve à une température T_l. Soit Φ_u le flux thermique algébrique (ou flux d'énergie interne *U*, sans travail) qui traverse une section droite, d'aire *S*, orthogonale à l'axe *Ox* et orientée par le vecteur unitaire $\vec{e}_x$. Le vecteur associé au flux est le vecteur densité de courant thermique $\vec{j}_u$, lié à la température par la loi de Fourier : $\vec{j}_u = -l\,\overrightarrow{grad}T$.

Le système étant unidimensionnel, on peut écrire :

$$\vec{j}_u = j_u(x,t)\vec{e}_x = -l\,\frac{\partial T(x,t)}{\partial x}\vec{e}_x$$

I. Conduction thermique simple dans le matériau

La face F_2 est maintenue à la température T_2 (avec $T_1 \succ T_2$, et T_1 et T_2 constantes). On considère la tranche cylindrique de section droite, d'aire *S*, comprise entre les plans d'abscisse *x* et *x+ dx* (figure 1).



- Figure **1** -

1.1) En identifiant la puissance thermique reçue $dP\ (= d^2Q/dt)$ par la tranche élémentaire et le bilan des flux thermiques (entrant et sortant), montrer que l'équation différentielle de la diffusion thermique, à laquelle satisfait la température, se met sous la forme :

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = A\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} \qquad (1)$$

1.2) Exprimer la constante A en fonction de l, m et c_v.

1.3) Que devient l'expression (1) en régime stationnaire ?

1.4) En déduire l'expression de *T(x)*.

1.5) Donner, en fonction de l, l, S, T_1 et T_2, l'expression du flux de chaleur Φ_u à travers une section droite de surface *S*, orientée par le vecteur unitaire $\vec{e}_x$.

1.6) Tracer l'allure de la courbe représentative de la fonction *T(x)*.

II. Diffusion thermique dans un combustible nucléaire

Le matériau est maintenant un mélange, supposé homogène, de résidus radioactifs et de béton. Il se dégage, dans ce matériau, une puissance thermique volumique s_u, créée par les réactions nucléaires résiduelles qui s'y produisent et répartie uniformément dans tout le volume. La paroi est donc soumise à la création interne de chaleur et à l'écoulement thermique. Les faces F_1 et F_2 sont toujours maintenues aux températures respectives T_1 et T_2. Le système est stationnaire et la température *T(x)* ne dépend que de l'abscisse *x*.

2.1) Effectuer le bilan d'énergie dans cette tranche d'épaisseur *d*x.

2.2) Établir l'équation différentielle vérifiée par *T(x)*.

2.3) En déduire l'expression de *T(x)*.

2.4) Établir, pour une section *S* d'aire unité ($1\,m^2$), les expressions des flux thermiques algébriques $\Phi_{u,0}$ et $\Phi_{u,l}$ mis en jeu, respectivement, en *x* = 0 et en *x* = l.

2.5) Que devient, toujours en régime stationnaire, la puissance thermique créée au sein du mur de béton ?

2.6) Pour des raisons de sécurité, chacune des faces F_1 et F_2 est protégée par une plaque métallique collée contre elle, d'épaisseur et de résistance thermique négligeables. Ce coffrage est arrosé en permanence avec de l'eau froide et on considère que ces plaques métalliques, ainsi que les faces qu'elles protègent, sont à la température T_0 de l'eau $(T_1 = T_2 = T_0)$

2.6.1) Tracer l'allure de la courbe représentative de la fonction *T(x)*.

2.6.2) Déterminer l'abscisse $x = x_m$ pour laquelle la température $T(x = x_m) = T_m$ est maximale.

2.6.3) Donner, en fonction de s_u, l, l et T_0, l'expression de la température T_m.

2.6.4) Quelle est l'influence de l'épaisseur sur la température maximale T_m ?

2.6.5) *Application numérique* : $s_u = 3.00 kW.m^{-3}$; $l = 0{,}50 m$

$$l = 1{,}20 W.m^{-1}.K^{-1};\ T_0 = 290 K$$

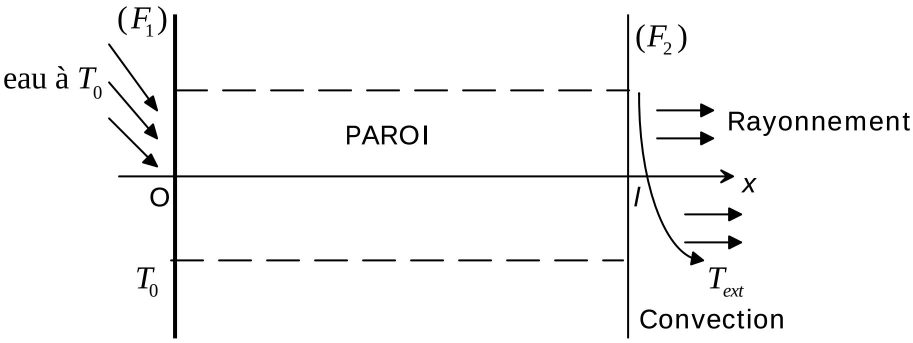
2.6.5.1) Calculer en *x* = l, le flux $\Phi_{u,l}$ à travers une section droite *S*, d'aire unité ($1\,m^2$).

2.6.5.2) Calculer T_m.

2.6.5.3) Pour des raisons de sécurité, la température de $500 K$ est une température limite qui, à l'intérieur du matériau, ne doit pas être dépassée. Calculer l'épaisseur maximale l_m de la paroi de béton.

III. Refroidissement par échange radioconvectif

La face F_1 est maintenue à la température T_0. Seule la plaque métallique, en contact avec la face F_2, n'est plus arrosée, et les échanges superficiels ne s'y font plus que par rayonnement et convection avec l'air extérieur qui est à la température T_{ext} constante (figure 2).



- Figure 2 -

On définit, dans ce cas, un coefficient d'échange radioconvectif h_{rc} qui tient compte des deux modes de transfert thermique. On admet que le flux thermique total, à travers une surface *S* de la face F_2, s'écrit : $\Phi_{rc} = h_{rc} S(T_l - T_{ext})$, avec h_{rc} constante positive.

3.1) Quelle relation simple existe-t-il, en $x = l$ et pour une même surface *S*, entre le flux de conduction, noté $\Phi'_{u,l}$, et le flux radioconvectif Φ_{rc} ?

3.2) Déterminer l'expression de *T(x)*.

3.3) *Application numérique :* $s_u = 3.00 kW.m^{-3}$; $l = 0,50 m$; $h_{rc} = 5,0 W.m^{-2}.K^{-1}$

$$l = 1,20 W.m^{-1}.K^{-1};\ T_0 = T_{ext} = 290 K$$

3.3.1) Calculer le flux $\Phi'_{u,l}$, en $x = l$, pour une section droite d'aire unité ($1\,m^2$).

3.3.2) Comparer la valeur des flux $\Phi_{u,l}$, (calculé au **§.A.II.6.5**) et $\Phi'_{u,l}$. Que peut-on en conclure ?

3.3.3) Donner la limite de la valeur T_l lorsque le coefficient d'échange radioconvectif h_{rc} tend vers l'infini.

- Partie B : Refroidissement de la salle de stockage -

Une installation frigorifique assure le maintien de la cellule (ou salle) de stockage des déchets à une température modérée. Un fluide (fréon) permet, en décrivant un cycle supposé réversible, de prélever de la chaleur à l'intérieur de la salle et de céder de l'énergie à une source extérieure.

• À la sortie de l'évaporateur (radiateur échangeur) (E), la vapeur sèche, tout juste saturante à la pression P_1 et à la température T_1 (état *A*), est entraînée dans le compresseur (P) où elle est comprimée jusqu'à la pression P_2 et la température T_2' (état *B*). La compression ***AB*** est considérée comme isentropique.

• Maintenu sous la pression constante P_2, le fluide, entièrement gazeux, pénètre dans le condenseur (radiateur échangeur) (C) où il se refroidit, puis se liquéfie totalement. A la fin de cette étape, l'état du corps pur est caractérisé par les paramètres P_2 et T_2 (état C).