



## EXERCICES DE MATHEMATIQUES



### PROBABILITES DISCRETES

### ENONCE DE L'EXERCICE

ENONCE :

#### ENONCE-21

Une urne contient  $n$  jetons numérotés de 1 à  $n$  ( $n > 0$ ). On tire les jetons un à un sans remise et on note  $X_n$  la variable aléatoire égale au nombre de tirages nécessaires pour obtenir, pour la première fois, un numéro supérieur ou égal au précédent (On pose  $X_n = n + 1$  si cette situation ne se réalise pas).

- 1) a) Déterminer la loi de  $X_n$  (on pourra passer par sa fonction de répartition). On vérifiera que la somme des probabilités vaut bien 1.
- b) Calculer l'espérance  $E(X_n)$  de  $X_n$  et un équivalent simple de  $E(X_n)$  lorsque  $n \rightarrow +\infty$ .
- 2) Mêmes questions si on effectue l'expérience en faisant des tirages avec remise.

## INDICATIONS DE SOLUTION

**Question 1–a)** On trouvera  $X_n(\Omega) = \llbracket 2, n + 1 \rrbracket$ .

Considérer l'événement  $(X_n > k)$  et penser à distinguer  $k \in \llbracket 2, n \rrbracket$  et  $k = n + 1$

**Questions 1–b) et 2)** Pour les équivalents de  $E(X_n)$  on trouvera dans les 2 cas  $e$ .