PROBABILITES DISCRETES

ENONCE DE L'EXERCICE

ENONCE :

ENONCE–24

On lance $2n$ fois ($n \geq 1$) une pièce de monnaie équilibrée.

1) Soit p_n la probabilité d'obtenir autant de piles aux rangs pairs que de faces aux rangs impairs. Montrer que

$$p_n = \frac{\binom{2n}{n}}{2^{2n}}.$$

2) Montrer que $p_n = \prod_{k=1}^{n} \left(1 - \frac{1}{2k}\right)$.

3) a) Montrer que la série de terme général $\ln\left(1 - \frac{1}{2n}\right)$ est divergente ; en déduire que $\lim\limits_{n \to +\infty} \ln p_n = -\infty$.

b) Déterminer la limite de p_n.

4) a) Montrer que

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, \ \frac{2^{2n-1}}{n} \leq \binom{2n}{n}.$$

b) En déduire que la série de terme général p_n est divergente.

Jean MALLET et Michel MITERNIQUE
© EDUKLUB SA
Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 5 pages.

INDICATIONS DE SOLUTION

Question 4−a) Raisonner par récurrence ; exprimer $\binom{2n+2}{n+1}$ en fonction de $\binom{2n}{n}$

Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 5 pages.