ALGEBRE LINEAIRE

ENONCE DE L'EXERCICE

ENONCE :

ENONCE–29

Soit $E = \mathbb{R}^4$, muni de sa base canonique $\mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3, e_4)$. On considère l'endomorphisme f de E dont la matrice dans $\mathcal{B}$ est : $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

1) Déterminer suivant les valeurs de l'entier $p \geq 1$, la dimension de
$E_p = \text{vect}(e_1, f(e_1), \ldots, f^p(e_1))$.

2) a) Montrer que $\text{Ker}\, f^2$ et $\text{Ker}(f^2 - f - \text{Id})$ sont supplémentaires dans E.

b) Montrer qu'ils sont stables par f.

3) En déduire qu'il existe une base de E dans laquelle la matrice de f est $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Jean MALLET et Michel MITERNIQUE
© EDUKLUB SA
Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 5 pages.

INDICATIONS DE SOLUTION

Pour la question **3)** Procéder par analyse synthèse :

supposer qu'il existe une base (v_1, v_2, v_3, v_4) de $\mathbb{R}^4$ dans laquelle la matrice de f est B et déterminer v_1 et v_2, puis v_3 et v_4.

Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 5 pages.