



EXERCICES DE MATHEMATIQUES



ALGÈBRE LINÉAIRE

ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

ÉNONCÉ :

ÉNONCÉ-25

Soit E un espace vectoriel réel de dimension $n > 0$ et f, g deux endomorphismes de E .

- 1) a) Montrer que $f \circ g$ et $g \circ f$ ont les mêmes valeurs propres non nulles.
- b) Montrer que si $g \circ f$ est bijectif, alors f est bijectif ; conclure que f et g sont bijectifs.
- c) En déduire, en raisonnant par l'absurde, que 0 est valeur propre de $f \circ g$ si et seulement si 0 est valeur propre de $g \circ f$.
- 2) On suppose dans les questions suivantes que f admet n valeurs propres distinctes. Montrer que $f \circ g = g \circ f$ si et seulement si les vecteurs propres de f sont vecteurs propres de g .
- 3) Montrer qu'il existe un endomorphisme non nul h de E tel que $h \circ f = -f \circ h$ si et seulement si f admet deux valeurs propres opposées.