



## EXERCICES DE MATHEMATIQUES



### ALGÈBRE LINÉAIRE

### ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

ÉNONCÉ :

#### ÉNONCÉ-19

Soit  $E$  un  $\mathbb{R}$ -espace vectoriel de dimension  $n \geq 3$ , de base notée  $B = (e_1, e_2, \dots, e_n)$ .

Pour  $k \in \llbracket 1, n \rrbracket$ , on pose  $f_k = \left( \sum_{i=1}^n e_i \right) - e_k$ .

1) Montrer que la famille  $B_1 = (f_1, f_2, \dots, f_n)$  est une base de  $E$ . Déterminer la matrice de passage  $P$  de  $B$  à  $B_1$ .

2) Déterminer  $P^{-1}$ .

3) Dans cette question  $n = 3$  et  $A$  est la matrice  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ .

Diagonaliser  $A$ .

4) Calculer  $A^n$  pour  $n \in \mathbb{N}^*$ .