



## EXERCICES DE MATHEMATIQUES



### ALGÈBRE LINÉAIRE

### ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

#### ÉNONCÉ :

#### ÉNONCÉ-4

Soit  $E = \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ,  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  et  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ . On considère l'application  $f$  qui à toute matrice  $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  associe  $f(X) = AXB$ .

1 ) Montrer que  $f \in \mathcal{L}(E)$ .

2 ) On pose  $X = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$ . Calculer  $f(X)$ .

3 ) Soit  $E_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $E_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $E_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  et  $E_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Montrer que  $(E_1, E_2, E_3, E_4)$  est une base de  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  et donner la matrice  $B$  de  $f$  dans cette base.

4 ) Déterminer les valeurs propres et les vecteurs propres de  $B$ .

L'endomorphisme  $f$  est-il diagonalisable ?