



EXERCICES DE MATHEMATIQUES



ALGÈBRE LINÉAIRE

ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

ÉNONCÉ :

ÉNONCÉ-3

Soit $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ et $p \in \mathbb{N}^*$.

1) Montrer que :

$$\begin{aligned} A \text{ inversible} &\iff A^p \text{ inversible} \\ A \text{ diagonalisable} &\implies A^p \text{ diagonalisable.} \end{aligned}$$

2)

- Existe-t-il $p \in \mathbb{N}^*$ / $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}^p = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \\ 4 & 4 & 1 \end{pmatrix}$
- Existe-t-il $p \in \mathbb{N}^*$ / $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}^p = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$
- Existe-t-il $p \in \mathbb{N}^*$ / $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \\ 4 & 4 & 1 \end{pmatrix}^p = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

3) Si A n'est pas diagonalisable, A^p peut-elle l'être ?