

- CCP DEUG 2004 : Mécanique 1 -

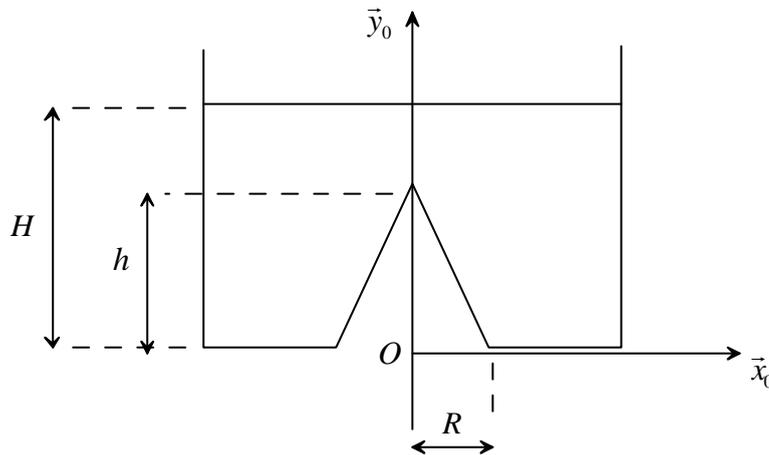
- **ENONCE :** « Trois exercices de mécanique »

- EXERCICE 1 : Récipient à fond conique -

Un récipient de forme cylindrique contient un liquide de masse volumique ρ sur une hauteur H . Ce récipient a un fond percé d'une ouverture circulaire de rayon R . Cette ouverture est fermée par un cône de hauteur h .

Le référentiel terrestre \mathcal{R}_0 est considéré comme galiléen ; il est rapporté au repère $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$. Le référentiel \mathcal{R}_0 est associé au récipient.

On note $\vec{g} = -g\vec{y}_0$ l'accélération de la pesanteur et on néglige la variation de la pression atmosphérique P_a avec l'altitude.



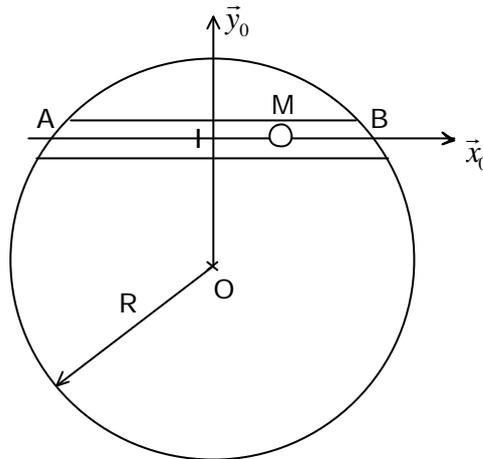
- 1.1) Déterminer la force \vec{F} qui s'exerce sur le cône en fonction de ρ , R , H , h et g .
- 1.2) Retrouver ce résultat en appliquant le théorème d'Archimède à un cône plein posé sur le fond du récipient non percé.
- 1.3) Application numérique : Calculer l'intensité de la force \vec{F} sachant que $\rho = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$, $H = 150 \text{ mm}$, $h = 100 \text{ mm}$, $R = 50 \text{ mm}$ et $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$.

- EXERCICE 2 : Tunnel foré à travers le globe terrestre -

La terre est assimilée à une sphère homogène de centre O et de rayon R . Soit g_0 la valeur de l'accélération de la pesanteur à la surface de la terre. On ne tient pas compte de la rotation de la terre.

On relie deux villes A et B par un tunnel rectiligne de longueur d . Un train assimilable à un point matériel M se déplace sans frottement dans le tunnel. On note r la distance OM .

Le référentiel terrestre \mathcal{R}_0 est considéré comme galiléen ; il est rapporté au repère $(I, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$. Le référentiel \mathcal{R}_0 est associé au tunnel. On note x l'abscisse du point M dans le repère $(I, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.



- 2.1) Déterminer $g(r)$ l'accélération de la pesanteur au point M en fonction de g_0 , r et R .
- 2.2) Ecrire sous forme vectorielle le théorème de la résultante dynamique appliquée au point M.
- 2.3) En déduire l'équation du mouvement du point M.
- 2.4) Déterminer la période T du mouvement du point M. En déduire la durée t_{AB} du trajet AB en fonction de g_0 et R .
- 2.5) Déterminer la vitesse maximale V_{\max} du train en fonction de d , g_0 et R .
- 2.6) Application numérique : on se propose de relier de cette manière 2 villes distantes de 400 km (distance $AB=400$ km).
 - Calculer la profondeur maximale p du tunnel à construire.
 - Calculer la durée t_{AB} du trajet AB.
 - Calculer la vitesse maximale V_{\max} du train en kilomètres par heure.

On prendra $g_0 = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ et $R = 6400 \text{ km}$.

- EXERCICE 3 : Barre accrochée à un fil -

On considère une barre (B1) homogène, de centre de gravité G , de longueur $2a$ et de masse m . Cette barre (B1) est astreinte à se déplacer dans le plan $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$. Elle est accrochée au bâti (0) par l'intermédiaire d'un fil (F2) inextensible de longueur h et de masse négligeable : dans tout l'exercice, ce fil restera tendu. Par ailleurs, le fil (F2) est accroché d'un côté au bâti (0) au point O et de l'autre côté à la barre (B1) au point A.

Le référentiel terrestre \mathcal{R}_0 est considéré comme galiléen ; il est rapporté au repère $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$. Le référentiel \mathcal{R}_0 est associé au bâti (0).

On considère le référentiel barycentrique \mathcal{R}_1 : il est rapporté au repère $(G, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$. Le référentiel \mathcal{R}_1 est associé à la barre (B1) et il est en mouvement de translation par rapport au référentiel \mathcal{R}_0 .

La position du point A est repérée à chaque instant par l'angle q ; la position de la barre (B1) par rapport à la verticale $G\vec{x}_1$ est repérée par l'angle j .