- CCP DEUG 2004 : Mécanique 1 -

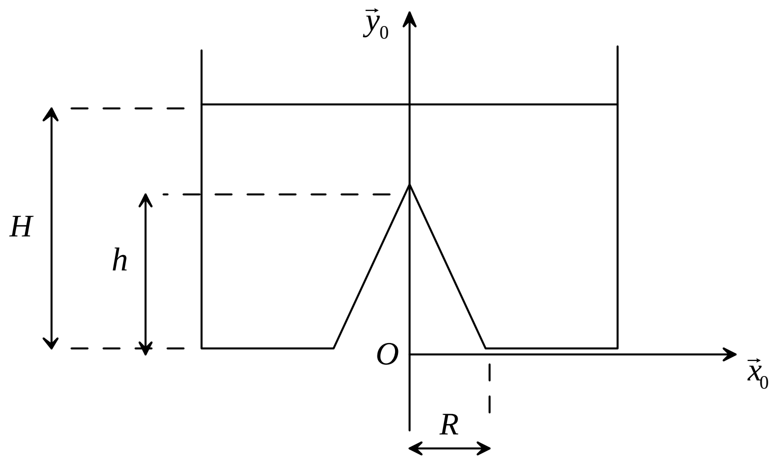
● **ENONCE :** « Trois exercices de mécanique »

- EXERCICE 1 : Récipient à fond conique -

Un récipient de forme cylindrique contient un liquide de masse volumique r sur une hauteur H. Ce récipient a un fond percé d'une ouverture circulaire de rayon R. Cette ouverture est fermée par un cône de hauteur h.

Le référentiel terrestre $\Re_0$ est considéré comme galiléen ; il est rapporté au repère $(O,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$. Le référentiel $\Re_0$ est associé au récipient.

On note $\vec{g}=-g\vec{y}_0$ l'accélération de la pesanteur et on néglige la variation de la pression atmosphérique P_a avec l'altitude.



1.1) Déterminer la force $\vec{F}$ qui s'exerce sur le cône en fonction de r, R, H, h et g.

1.2) Retrouver ce résultat en appliquant le théorème d'Archimède à un cône plein posé sur le fond du récipient non percé.

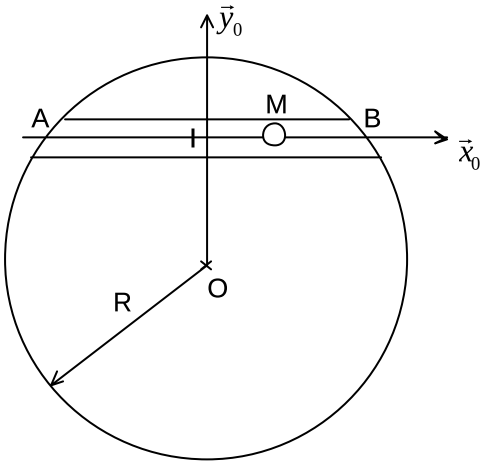
1.3) *Application numérique* : Calculer l'intensité de la force $\vec{F}$ sachant que $r = 1000\ \mathrm{kg.m^{-3}}$, H=150 mm, h=100 mm, R=50 mm et g=9,81 $\mathrm{m.s^{-2}}$.

- EXERCICE 2 : Tunnel foré à travers le globe terrestre -

La terre est assimilée à une sphère homogène de centre O et de rayon R. Soit g_0 la valeur de l'accélération de la pesanteur à la surface de la terre. On ne tient pas compte de la rotation de la terre.

On relie deux villes A et B par un tunnel rectiligne de longueur d. Un train assimilable à un point matériel M se déplace sans frottement dans le tunnel. On note r la distance OM.

Le référentiel terrestre $\Re_0$ est considéré comme galiléen ; il est rapporté au repère $(I,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$. Le référentiel $\Re_0$ est associé au tunnel. On note x l'abscisse du point M dans le repère $(I,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$.



2.1) Déterminer $g(r)$ l'accélération de la pesanteur au point M en fonction de g_0, r et R.

2.2) Ecrire sous forme vectorielle le théorème de la résultante dynamique appliquée au point M.

2.3) En déduire l'équation du mouvement du point M.

2.4) Déterminer la période T du mouvement du point M. En déduire la durée t_{AB} du trajet AB en fonction de g_0 et R.

2.5) Déterminer la vitesse maximale V_{max} du train en fonction de d, g_0 et R.

2.6) *Application numérique* : on se propose de relier de cette manière 2 villes distantes de 400 km (distance AB=400 km).

- Calculer la profondeur maximale p du tunnel à construire.
- Calculer la durée t_{AB} du trajet AB.
- Calculer la vitesse maximale V_{max} du train en kilomètres par heure.

On prendra g_0 = 9,81 $m.s^{-2}$ et R = 6400 km.

- **EXERCICE** 3 : Barre accrochée à un fil -

On considère une barre (B1) homogène, de centre de gravité G, de longueur 2a et de masse m. Cette barre (B1) est astreinte à se déplacer dans le plan $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$. Elle est accrochée au bâti (0) par l'intermédiaire d'un fil (F2) inextensible de longueur h et de masse négligeable : dans tout l'exercice, ce fil restera tendu. Par ailleurs, le fil (F2) est accroché d'un coté au bâti (0) au point O et de l'autre coté à la barre (B1) au point A.

Le référentiel terrestre $\Re_0$ est considéré comme galiléen ; il est rapporté au repère $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$. Le référentiel $\Re_0$ est associé au bâti (0).

On considère le référentiel barycentrique $\Re_1$: il est rapporté au repère $(G, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$. Le référentiel $\Re_1$ est associé à la barre (B1) et il est en mouvement de translation par rapport au référentiel $\Re_0$.

La position du point A est repérée à chaque instant par l'angle q ;la position de la barre (B1) par rapport à la verticale $G\vec{x}_1$ est repérée par l'angle j .