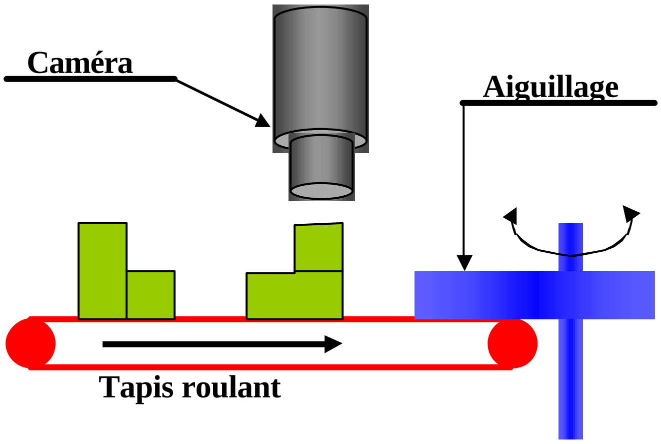
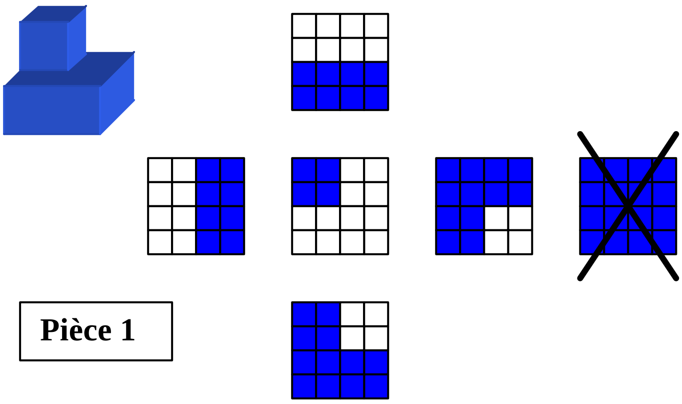
TD N°5 :
Reconnaissance de formes (5 variables)

Des pièces doivent être triées en fonction de leur forme. Un tapis roulant amène les pièces sous une caméra à 5 cellules. Un ordre est alors envoyé à un automate qui commande un aiguillage permettant de trier les pièces. Les distances entre pièces sont suffisamment grandes pour ne pas poser de problème. La caméra ne visualise que la face supérieure des pièces dont voici deux exemples en représentation orthogonale, suivant les six vues :

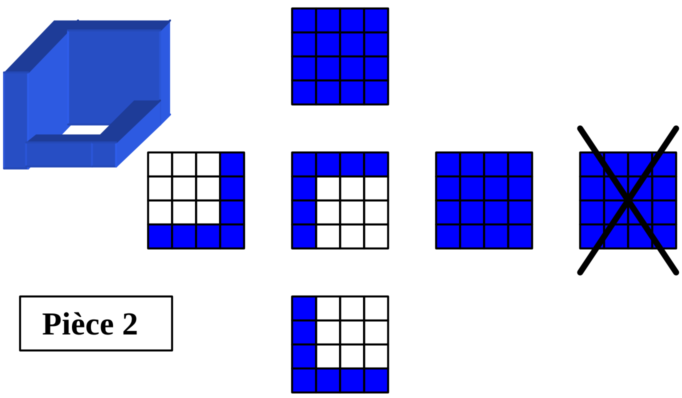


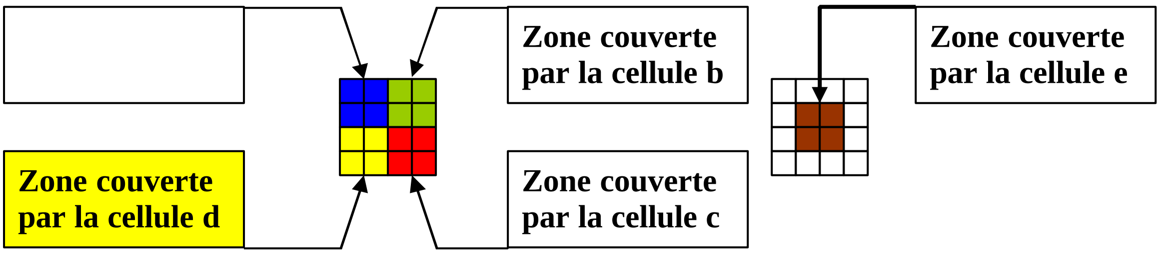
La caméra ne voit que la face supérieure de chaque pièce, la partie grisée que nous appellerons « photo ». Les pièces arrivent sous la caméra orientée de façon aléatoire. Chaque photo peut donc se présenter sous la forme bleue ci-dessus, OU **tournée de 90°, 180° ou 270°**. Pour des raisons de stabilité, la vue arrière de la pièce ne sera jamais présentée à la caméra (d'où la croix sur la vue).



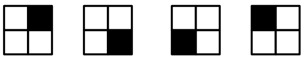
Les photos sont toutes inscrites dans un carré de 4 unités de coté.
La caméra dispose de 5 cellules (a, b, c, d et e) recouvrant chacune un carré de 2 unités de coté.

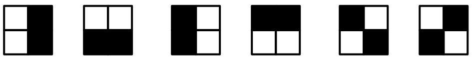
La cellule a couvre le coin haut gauche, la b le coin haut droit, la c le coin bas droit et la d le coin bas gauche. La cellule e couvre le carré central (***en superposition des autres cellules***).
Pour qu'une cellule renvoie le signal 1, il faut que la photo couvre au moins un des 4 carrés composant son champ d'action, sinon la cellule renvoie le signal 0.



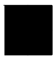


Une cellule délivre le signal 1 lorsque l'on est dans les cas de figures suivant :

Un seul carré dans le champ de la cellule : 

Deux carrés dans le champ de la cellule : 

Trois carrés dans le champ de la cellule : 

Quatre carrés dans le champ de la cellule : 

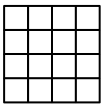
On décide de numéroter les cases du tableau de Karnaugh à 5 entrées de la manière suivante :

de \ abc	000	001	011	010	110	111	101	100
00	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*
01	*9*	*10*	*11*	*12*	*13*	*14*	*15*	*16*
11	*17*	*18*	*19*	*20*	*21*	*22*	*23*	*24*
10	*25*	*26*	*27*	*28*	*29*	*30*	*31*	*32*

On donne en exemple pour les cases numérotées de 1 à 8 les surfaces maximales que peut couvrir la photo étant donné la combinaison des signaux donnée par les 5 cellules **a**, **b**, **c**, **d** et **e**

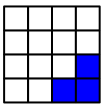
Ainsi la case 1 correspond à la combinaison $a = 0; b = 0; c = 0; d = 0$ et $e = 0$ soit $\overline{a}\ \overline{b}\ \overline{c}\ \overline{d}\ \overline{e}$

C'est à dire qu'aucune cellule ne prend en photo une forme. Cela correspond donc à la surface maximale suivante de la pièce :



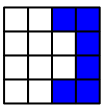
La case 2 correspond à la combinaison $a = 0; b = 0; c = 1; d = 0$ et $e = 0$ soit $\overline{a}\ \overline{b}\ c\ \overline{d}\ \overline{e}$

C'est à dire que seule la cellule c prend en photo une forme. Or la cellule e chevauchant la cellule c, cela donne la surface maximale suivante de la pièce :



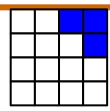
La case 3 correspond à la combinaison $a = 0; b = 1; c = 1; d = 0$ et $e = 0$ soit $\overline{a}\ b\ c\ \overline{d}\ \overline{e}$

C'est à dire que les cellules b et c prennent en photo une forme. Or la cellule e chevauchant la cellule b et la cellule c, cela donne la surface maximale suivante de la pièce :



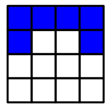
La case 4 correspond à la combinaison $a = 0; b = 1; c = 0; d = 0$ et $e = 0$ soit $\overline{a}\ b\ \overline{c}\ \overline{d}\ \overline{e}$

C'est à dire que seule la cellule b prend en photo une forme. Or la cellule e chevauchant la cellule b, cela donne la surface maximale suivante de la pièce :



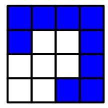
La case 5 correspond à la combinaison $a=1; b=1; c=0; d=0$ et $e=0$ soit $a\ b\ \overline{c}\ \overline{d}\ \overline{e}$

C'est à dire que les cellules a et b prennent en photo une forme. Or la cellule e les chevauchant toutes les deux, cela donne la surface maximale suivante de la pièce :



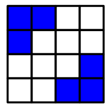
La case 6 correspond à la combinaison $a=1; b=1; c=1; d=0$ et $e=0$ soit $a\ b\ c\ \overline{d}\ \overline{e}$

C'est à dire que les cellules prennent en photo une forme. Or la cellule e les chevauchant toutes les trois, cela donne la surface maximale suivante de la pièce :



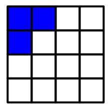
La case 7 correspond à la combinaison $a=1; b=0; c=1; d=0$ et $e=0$ soit $a\ \overline{b}\ c\ \overline{d}\ \overline{e}$

C'est à dire que les cellules prennent en photo une forme. Or la cellule e les chevauchant toutes les deux, cela donne la surface maximale suivante de la pièce :



La case 8 correspond à la combinaison $a=1; b=0; c=0; d=0$ et $e=0$ soit $a\ \overline{b}\ \overline{c}\ \overline{d}\ \overline{e}$

C'est à dire que seule la cellule a prend en photo une forme. Or la cellule e la chevauchant, cela donne la surface maximale suivante de la pièce :



Question 1

Montrer que la combinaison de la case 9 ne peut jamais être atteinte. Cela correspondra donc à une case indéterminée dans le tableau de Karnaugh.

Question 2 :

Procéder de la même façon que ci-dessus pour les cases 10 à 32 en donnant les combinaisons ainsi que les surfaces maximales auxquelles elles correspondent (par un schéma comme ci-dessus).

Question 3 :

Faire l'inventaire de toutes les vues possibles de la pièce 1, sans oublier en plus des vues données dans l'énoncé, celle que l'on obtient si on les tourne toutes de 90°, 180° et 270°. En déduire alors le tableau de Karnaugh relatif à la reconnaissance de la pièce 1 (ensemble de toutes les possibilités de vues) et donner l'équation logique minimale P1 résultant de cette reconnaissance en fonction de a, b, c, d et e.

Question 4 :

Faire l'inventaire de toutes les vues possibles de la pièce 2, sans oublier en plus des vues données dans l'énoncé, celle que l'on obtient si on les tourne toutes de 90°, 180° et 270°. En déduire alors le tableau de Karnaugh relatif à la reconnaissance de la pièce 2 (ensemble de toutes les possibilités de vues) et donner l'équation logique minimale P2 résultant de cette reconnaissance en fonction de a, b, c, d et e.

Question 5 :

P1 et P2 commandant l'aiguillage (gauche ou droite), on décide d'effectuer un premier tri qui éliminera d'éventuelles pièces qui ne sont pas des pièces 1 ou 2. Définir l'équation logique minimale R résultant de la reconnaissance d'une pièce 1 ou 2. En déduire l'équation de A tel que l'aiguillage laisse passer une pièce qui n'a pas été reconnue comme une pièce 1 ou une pièce 2.

En réalité, dès qu'une pièce arrive sous la caméra, la cellule a ou la cellule d renvoie la valeur 1, la caméra et le tapis roulant sont programmés pour (respectivement) prendre une photo, avancer d'une unité, prendre une photo, avancer d'une unité. Les 7 photos ainsi obtenues provoquent l'arrivée dans le calculateur de 7 nombres binaires de 5 bits pour reconnaître la pièce. Nous n'étudierons pas ce cas.