



PROBABILITÉS DISCRETES

ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

ÉNONCÉ :

ÉNONCÉ-14

Une pièce de monnaie est déséquilibrée de telle sorte que la probabilité d'apparition de Pile est égale à $\frac{1}{3}$. On effectue avec cette pièce une suite de lancers indépendants et on considère l'événement

A_n : « la séquence PF apparaît pour la première fois aux $(n-1)^{\text{ème}}$ et $n^{\text{ème}}$ lancers ($n \geq 2$) ». On note a_n la probabilité de A_n .

1) Calculer a_2, a_3, a_4 .

2) Montrer que $a_n = \sum_{k=1}^{n-1} \frac{2^k}{3^n}$ et calculer a_n .

3) On considère la variable aléatoire X égale au nombre de lancers nécessaires pour qu'apparaisse pour la première fois la séquence PF . Déterminer la loi de X et son espérance.

4) Calculer la probabilité pour que la séquence PF n'apparaisse jamais.

5) a) Soit B_n l'événement : « la séquence PF apparaît pour la première fois aux $(n-1)^{\text{ème}}$ et $n^{\text{ème}}$ lancers, et il n'y a pas eu avant de séquence FP ». Soit b_n la probabilité de B_n . Calculer b_n pour $n \in \mathbb{N}$.

b) En déduire la probabilité pour que la première séquence PF apparaisse avant la première séquence FP .

INDICATIONS DE SOLUTION

Question 2 : exprimer A_n comme union d'événements deux à deux incompatibles en distinguant le cas où il n'y a que des piles du cas où il y a au moins une face .

Question 4 : on pourra penser à l'événement contraire .

Question 5–b) : Utiliser les événement B_n .