



PROBABILITÉS DISCRETES

ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

ÉNONCÉ :

ÉNONCÉ-12

On tire au hasard un nombre entre 1 et $2n$ ($n \in \mathbb{N}^*$) et on note X la variable aléatoire égale au numéro tiré. On choisit alors un nombre au hasard entre 1 et la valeur prise par X et on note Y la variable prenant pour valeur le deuxième numéro ainsi tiré.

1) Calculer $p_n = P((Y \leq n) \cap (X \geq n) \cap (X - Y \leq n))$; on pourra faire intervenir les événements $(X = k)$, pour $k \in \llbracket 1, 2n \rrbracket$ et montrer que

$$(Y \leq n) \cap (X \geq n) \cap (X - Y \leq n) = \bigcup_{k=n}^{2n} \left((k - n \leq Y \leq n) \cap (X = k) \right).$$

2) Calculer $\int_0^1 \frac{1-x}{1+x} dx$.

3) En déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} p_n$.