



## PROBABILITES DISCRETES

## ENONCE DE L'EXERCICE

ENONCE :

## ENONCE-12

On tire au hasard un nombre entre 1 et  $2n$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ ) et on note  $X$  la variable aléatoire égale au numéro tiré. On choisit alors un nombre au hasard entre 1 et la valeur prise par  $X$  et on note  $Y$  la variable prenant pour valeur le deuxième numéro ainsi tiré.

1) Calculer  $p_n = P((Y \leq n) \cap (X \geq n) \cap (X - Y \leq n))$  ; on pourra faire intervenir les événements  $(X = k)$ , pour  $k \in \llbracket 1, 2n \rrbracket$  et montrer que

$$(Y \leq n) \cap (X \geq n) \cap (X - Y \leq n) = \bigcup_{k=n}^{2n} \left( (k - n \leq Y \leq n) \cap (X = k) \right).$$

2) Calculer  $\int_0^1 \frac{1-x}{1+x} dx$ .

3) En déduire  $\lim_{n \rightarrow +\infty} p_n$ .