- CCP DEUG 2004 : Physique 2 -

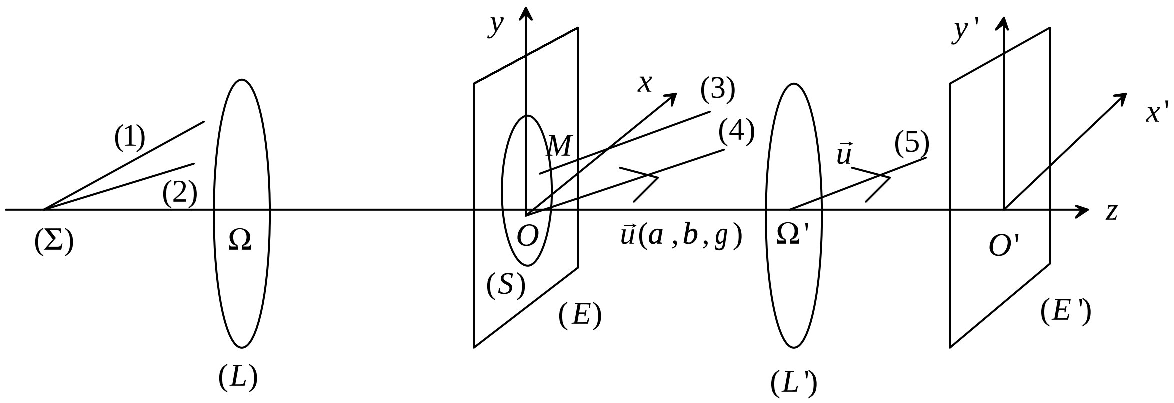
• **ENONCE :** « Optique: aspects de la diffraction »

- Partie A : Etude de quelques figures de diffraction –

L'espace est rapporté, en coordonnées cartésiennes, à un repère orthonormé direct *(Ox, Oy, Oz)* de base $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$.

Un écran plan et opaque (E), percé d'une pupille (S) parfaitement transparente, est placé entre deux lentilles convergentes *(L)* et *(L')* , de centres optiques respectifs Ω et Ω', et de même axe optique *Oz* perpendiculaire à (E). Une source ponctuelle (Σ), placée au foyer objet de *(L)* , émet une radiation monochromatique, de longueur d'onde l .

L'observation de la lumière diffractée s'effectue sur un écran *(E')* placé dans le plan focal image de *(L')* , perpendiculairement à l'axe *Oz*. Les points *O* et *O '* sont les points d'intersection respectifs des écrans (E) et *(E')* avec l'axe. Les axes *Ox* et *Oy* définissent les coordonnées *x* et *y* d'un point *M* de (E) ; les axes *O'x'* et *O'y'* définissent les coordonnées *x '* et *y '* d'un point *M '* de *(E')*. *Ox* et *O'x'* d'une part, *Oy* et *O'y'* d'autre part, sont parallèles (figure **1**).



- Figure **1** -

La phase du rayon **(4)**, diffracté en *O* suivant la direction de vecteur unitaire $\vec{u}$ de composantes (a, b, g), est choisie pour origine des phases. Celle du rayon **(3)**, diffracté en *M*$(x, y, 0)$, toujours suivant $\vec{u}$, est définie par :

$$j(M) = 2p\frac{d(M)}{l} \quad , \quad \text{avec} \quad d(M) = -\vec{u}.\overrightarrow{OM}$$

L'amplitude complexe dy de l'onde diffractée, suivant $\vec{u}$, par l'élément de surface *dS=dxdy* de la pupille (S), centré en M, s'écrit :

$$dy = k[\exp(-jj(M)]dxdy$$

k est une constante de proportionnalité et *j* est le nombre complexe pour lequel $j^2 = -1$.

I. Généralités

1.1) Décrire, très brièvement, une circonstance de la vie courante dans laquelle se manifeste un phénomène de diffraction.

1.2) Recopier, approximativement, la figure **1** et représenter le trajet des rayons **(1)** et **(2)** entre *(L)* et *(E)* , puis celui des rayons **(3)**, **(4)** et **(5)** entre *(L')* et *(E')*.

1.3) Quelle est la principale caractéristique de l'onde lumineuse incidente, qui parvient sur l'ouverture (S) ?

1.4) Comment se nomme la quantité $d(M)$?

1.5) Exprimer, en fonction des variables a, b, x, y et de la longueur d'onde l , la phase $j(M)$.

1.6) Le point *O* est centre de symétrie de la pupille (S) choisie. Soit dS_1 , centré au point $M_1(-x,-y,0)$, l'élément de surface symétrique, par rapport à O, de l'élément dS, centré en $M(x,y,0)$.

1.6.1. Proposer un exemple de pupille admettant *O* comme centre de symétrie.

1.6.2. Comparer l'amplitude complexe dy_1 de l'onde diffractée, dans la direction $\vec{u}_1(-a,-b,g)$, par l'élément dy_1, à l'amplitude dy de l'onde diffractée, dans la direction $\vec{u}(a,b,g)$, par la surface *d*S.

1.6.3. Donner , sans calcul, la relation entre les intégrales $y_1(-a,-b,g)$ et $y(a,b,g)$.

1.6.4. En déduire l'élément de symétrie caractéristique du phénomène de diffraction provoqué par l'ouverture (S).

1.7) Le rôle de la lentille (*L'*), de distance focale f', est de ramener dans son plan focal image, donc à distance finie, les phénomènes relevant de la diffraction à l'infini. (*L'*) est utilisée dans le cadre de l'approximation de Gauss.

1.7.1. Rappeler brièvement les conditions de l'approximation de Gauss.

1.7.2. g est donc proche de la valeur 1. En déduire une relation entre a, x' et f'.

1.7.3. Même question pour b, y' et f'.

II. Diffraction par une ouverture rectangulaire

La pupille (S) est une ouverture rectangulaire, de centre O, de largeur l , parallèle à l'axe *Ox* et de longueur L parallèle à l'axe *Oy*.

2.1) Montrer que l'amplitude complexe $y(a,b,g)$ de l'onde diffractée dans la direction de vecteur $\vec{u}$, s'écrit sous la forme :

$$y(a,b,g) = y_0 \times \frac{\sin A(a)}{A(a)} \times \frac{\sin B(b)}{B(b)}$$

Exprimer, en fonction des données de l'énoncé, les grandeurs $y_0, A(a)$ et $B(b)$.

2.2) L'éclairement $E(x',y')$ au point $M'(x',y')$ de l'écran d'observation (*E'*) est proportionnel au carré de l'amplitude de l'onde diffractée vers *M* '. L'éclairement sur l'écran s'écrit donc sous la forme :

$$E(x',y') = E_0 \times \left[\frac{\sin A'(x')}{A'(x')}\right]^2 \times \left[\frac{\sin B'(y')}{B'(y')}\right]^2$$

2.2.1. Exprimer, en fonction des données de l'énoncé, les grandeurs $A'(x')$ et $B'(y')$.

2.2.2. A l'aide d'un schéma, décrire la figure de diffraction dans le plan *x'O'y'*, et préciser, notamment, la position relative des franges sombres.

2.2.3. Le phénomène est-il conforme au résultat de la question **A.I.6.4** ?

2.2.4. Déterminer, en fonction de l , f', l et L, les dimensions de la tache centrale.

2.3) Que devient la figure de diffraction, si la hauteur L de l'ouverture (S) devient très grande devant la largeur l ?

III. Diffraction par une ouverture circulaire

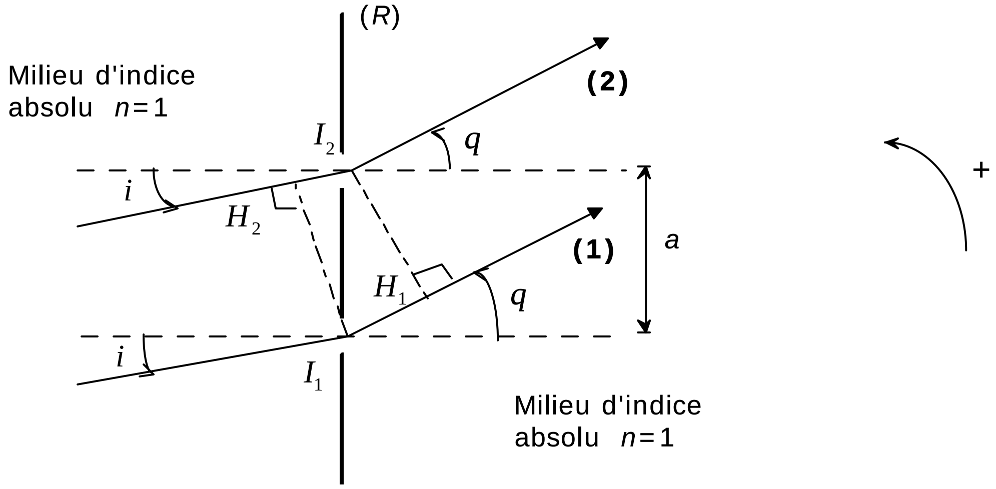
Sans démonstration, et à l'aide, simplement, des considérations de symétrie abordées au paragraphe **A.I.6**, décrire l'allure de la figure de diffraction donnée, sur l'écran (*E*'), par une ouverture circulaire de centre O.

- Partie B : Rôle constructif de la diffraction dans les réseaux -

Un réseau plan par transmission, noté (R), comporte *N* fentes fines, parallèles, de longueur infinie et séparées par la distance *a* (pas du réseau). Ce réseau parfait, d'épaisseur négligeable, est éclairé perpendiculairement aux fentes, par une onde plane monochromatique de longueur d'onde l, sous l'incidence i.

L'onde lumineuse diffractée dans la direction caractérisée par l'angle q, résulte de la superposition des *N* ondes cohérentes émises par les fentes.

Les angles i et q sont comptés à partir de la normale au réseau, positivement dans le sens trigonométrique (figure **2**).



- Figure **2** -

I. Diffraction à l'infini : formule du réseau

Soit d la différence de marche entre deux rayons consécutifs. Sur la figure **2**, par exemple, le rayon **(2)** présente un retard de marche H_2I_2 à l'incidence et une avance de marche I_1H_1 à l'émergence, par rapport au rayon **(1)** (les angles $\langle I_1H_2I_2 \rangle$ et $\langle I_2H_1I_1 \rangle$ valent $p/2$).

1.1) Exprimer, en fonction de H_2I_2 et I_1H_1, la différence de marche d (comptée positivement) entre les rayons **(1)** et **(2)**. En déduire, en fonction de a, i et q, une autre expression de d.

1.2) Pour qu'il y ait interférences constructives dans la direction définie par l'angle q, les ondes diffractées à l'infini par deux fentes consécutives doivent être nécessairement en phase : $j = 2pd / l = 2kp$, avec k entier relatif. Déterminer, en fonction de a, i, l et k, les directions q_k des maxima principaux de lumière diffractée, d'ordre *k* (formule du réseau).

1.3) Décrire, brièvement, le principe de la construction d'un réseau plan par transmission.

II. Spectromètre

La déviation D_k, d'un des rayons émergents, est l'angle que fait sa direction de propagation avec celle de la lumière parallèle incidente définie par i.

2.1) Proposer le schéma d'un dispositif qui, en pratique, permet d'observer et de repérer les directions de ces maxima principaux.

2.2) Exprimer, en fonction de q_k et i, la déviation D_k.

2.3) L'angle d'incidence i peut être modifié. Pour une certaine valeur $i = i_{m,k}$, la déviation D_k d'un rayon émergent, choisi dans l'ordre *k*, présente un extremum (minimum) $D_{m,k}$ non nul.

Montrer que l'égalité $\left.\dfrac{dD_k}{di}\right|_{i=i_{m,k}} = 0$ entraîne, au minimum de déviation, la relation : $i_{m,k} = \pm q_{m,k}$

2.4) Exprimer la déviation $D_{m,k}$ en fonction de $i_{m,k}$.

2.5) En déduire la relation entre $D_{m,k}, k, l$ et a (formule du réseau au minimum de déviation).

2.6) *Application numérique* : des mesures ont donné les résultats suivants :

Lampe spectrale	Radiation	$l\,(nm)$	Ordre k	$D_{m,k}$ (degrés)
Mercure	Vert "fluo"	546,1	2	35,32
Hélium	Jaune	?	2	38,11

Calculer :

2.6.1. le nombre *N** de traits par mm présenté par le réseau.

2.6.2. la longueur d'onde l de la raie jaune de l'hélium.

- Partie C : Effet limitant de la diffraction dans un instrument d'optique -

Un microscope simplifié est constitué par deux lentilles minces convergentes de même axe optique. On suppose que chacune de ces lentilles est utilisée dans des conditions de stigmatisme et d'aplanétisme approchés.

L'objectif (L_1), de centre optique O_1, présente une distance focale image f_1'. L'oculaire (L_2), de centre optique O_2, possède une distance focale f_2'. Le foyer image F_1' de (L_1) et le foyer objet F_2 de (L_2) sont distants de $\Delta = \overline{F_1'F_2}$ (intervalle optique), grandeur maintenue constante et positive.

Un petit objet *AB* à étudier est placé en avant du foyer objet F_1 de l'objectif, orthogonalement à l'axe optique, le point *A* appartenant à cet axe. Un condenseur de lumière permet d'éclairer l'objet observé.

L' oeil d'un observateur est placé derrière l'oculaire (figure **3**). Le microscope permet donc d'observer, grâce à la loupe (L_2), l'image agrandie A_1B_1 de l'objet *AB* donnée par l'objectif (L_1), soit :

$$AB \xrightarrow{Objectif\ L_1} A_1B_1 \xrightarrow{Oculaire L_2} A'B'$$