PROBABILITES DISCRETES

ENONCE DE L'EXERCICE

ENONCE :

Soit n un entier naturel non nul. Dans une urne contenant initialement n boules numérotées de 1 à n, on effectue deux tirages successifs d'une boule selon le protocole suivant : Si on note k ($k \in [\![1, n]\!]$) le numéro de la boule tirée au premier tirage, celle-ci est remise dans l'urne avec k boules supplémentaires portant toutes le numéro k ; on effectue alors un second tirage. On appelle X_1 la variable égale au numéro de la boule tirée au premier tirage et X_2 celle égale au numéro de la boule tirée au second tirage.

1) Déterminer la loi de probabilité de X_1, ainsi que son espérance et sa variance.

2) a. Déterminer la loi de probabilité de X_2 et vérifier que

$$\sum_{k=1}^{n} p(X_2 = k) = 1.$$

b. Calculer $j - n + \dfrac{n^2}{n+j}$ où $j \in \mathbb{N}$ et montrer que l'espérance de X_2 vaut :

$$E(X_2) = \frac{1-n}{2} + \frac{3n+1}{2} \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{n+j}.$$

c. Déterminer un équivalent simple de $E(X_2)$ lorsque $n \to +\infty$.

Jean MALLET et Michel MITERNIQUE
© EDUKLUB SA
Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 4 pages.