



CIRCUITS LOGIQUES

SYSTEMES DE NUMERATION ET CODES

1 Binaire-Décimal

1.1 Conversion binaire-décimal.

Le système de numération binaire est un système dit à poids positionnel, c'est à dire que chaque bit est affecté d'un poids qui dépend de sa position. Dans le système binaire, les poids sont les puissances de 2 ; ainsi :

$$\begin{array}{cccccccc}
 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 \text{Poids } 2^7 & \text{Poids } 2^6 & \text{Poids } 2^5 & \text{Poids } 2^4 & \text{Poids } 2^3 & \text{Poids } 2^2 & \text{Poids } 2^1 & \text{Poids } 2^0
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Donc : } & 10101101_2 = 2^7 + 2^5 + 2^3 + 2^2 + 2^0 \\
 & = 128 + 32 + 8 + 4 + 1 \\
 & = 173_{10}
 \end{aligned}$$

1.2 Conversion décimal-binaire.

Pour les petits nombres décimaux entiers, il suffit d'appliquer la méthode inverse du paragraphe précédent, c'est à dire d'écrire le nombre décimal entier en somme de puissance

$$\begin{aligned}
 \text{de 2. Par exemple : } & 38_{10} = 32 + 4 + 2 \\
 & = 2^5 + 2^2 + 2^1 \\
 & = 100110_2
 \end{aligned}$$

L'autre méthode, bien adapter aux nombres plus élevés, consiste à effectuer des division successives par 2. Regardons cela sur l'exemple suivant : Convertissons 537.

$$\begin{array}{l}
 \frac{537}{2} = 268 + \underbrace{\hspace{2cm}}_{\text{Reste de 1}} \quad ; \text{ on redivise ensuite 268 par 2 :} \\
 \swarrow \Rightarrow \text{Bit de poids faible } (2^0) = 1 \\
 \frac{268}{2} = 134 + \underbrace{\hspace{2cm}}_{\text{Reste de 0}} \quad \text{on redivise ensuite 134 par 2 :} \\
 \swarrow \Rightarrow \text{Bit de poids faible } (2^1) = 0 \\
 \frac{134}{2} = 67 + \underbrace{\hspace{2cm}}_{\text{Reste de 0}} \quad \text{on redivise ensuite 67 par 2 :} \\
 \swarrow \Rightarrow \text{Bit de poids faible } (2^2) = 0 \\
 \frac{67}{2} = 33 + \underbrace{\hspace{2cm}}_{\text{Reste de 1}} \quad \text{on redivise ensuite 33 par 2 :} \\
 \swarrow \Rightarrow \text{Bit de poids faible } (2^3) = 1 \\
 \frac{33}{2} = 16 + \underbrace{\hspace{2cm}}_{\text{Reste de 1}} \quad \text{on redivise ensuite 16 par 2 :} \\
 \swarrow \Rightarrow \text{Bit de poids faible } (2^4) = 1
 \end{array}$$

$$\frac{16}{2} = 8 + \underbrace{\text{Reste de } 0} \quad \text{on redivise ensuite 8 par 2 :}$$

$$\swarrow \Rightarrow \text{Bit de poids faible } (2^5) = 0$$

$$\frac{8}{2} = 4 + \underbrace{\text{Reste de } 0} \quad \text{on redivise ensuite 4 par 2 :}$$

$$\swarrow \Rightarrow \text{Bit de poids faible } (2^6) = 0$$

$$\frac{4}{2} = 2 + \underbrace{\text{Reste de } 0} \quad \text{on redivise ensuite 2 par 2 :}$$

$$\swarrow \Rightarrow \text{Bit de poids faible } (2^7) = 0$$

$$\frac{2}{2} = 1 + \underbrace{\text{Reste de } 0} \quad \text{on redivise ensuite 1 par 2 :}$$

$$\swarrow \Rightarrow \text{Bit de poids faible } (2^8) = 0$$

$$\frac{1}{2} = 0 + \underbrace{\text{Reste de } 1} \quad \text{on redivise ensuite 134 par 2 :}$$

$$\swarrow \Rightarrow \text{Bit de poids faible } (2^9) = 1$$

On en déduit donc que : $537 = 2^9 + 2^4 + 2^3 + 2^0 (= 512 + 16 + 8 + 1)$

D'où la conversion en binaire suivante : $537_{10} = 1000011001_2$

2 Systèmes de numération octal

Ce système a base 8 à une très grande importance dans l'utilisation d'un ordinateur. Il utilise les huit symboles 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 et 8 et comme tout système de numération a poids positionnel, le poids affecté à chaque chiffre compris entre 0 et 7 dépend de sa position de la façon suivante :

8^4	8^3	8^2	8^1	8^0	8^{-1}	8^{-2}	8^{-3}	8^{-4}	8^{-5}
-------	-------	-------	-------	-------	----------	----------	----------	----------	----------

',
Virgule octale

2.1 Conversion octal-décimal.

Il suffit d'additionner les produits de chaque chiffre par le poids de sa position. Ainsi on obtient la valeur décimale.

Exemple :

$$253_8 = 2 \cdot 8^2 + 5 \cdot 8^1 + 3 \cdot 8^0$$

$$= 2 \cdot 64 + 5 \cdot 8 + 3 \cdot 1$$

$$= 128 + 40 + 3$$

$$= 171_{10}$$

2.2 Conversion décimal-octal.

C'est la même méthode que pour la conversion décimale – binaire mais cette fois ci il ne faut pas diviser par 2 mais par 8.