Table des matières

I Un peu de logique

I.1 Assertions

Définition

Une *assertion* est un énoncé dont on peut dire, sans ambiguïté, s'il est *vrai* ou *faux*.

On lui attribue une valeur *booléenne* : $\begin{cases} \text{V} & \text{(ou 1) s'il est vrai} \\ \text{F} & \text{(ou 0) s'il est faux} \end{cases}$

Certaines assertions sont déclarées vraies à priori : ce sont les *axiomes*.

Sinon la véracité d'une assertion doit résulter d'une *démonstration*.

Définition

Les assertions démontrées (les résultats des démonstrations) sont appelées, suivant leur importance, *théorèmes* ou *propositions*.

Un *lemme* est un résultat préalable utile à une démonstration plus conséquente.

Un *corollaire* est une assertion vraie qui découle d'une démonstration précédente.

I.2 Opérations sur les assertions

Des "opérations" permettant de créer de nouvelles assertions à partir d'assertions existantes $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, etc. Il suffit pour cela d'indiquer quand ces nouvelles assertions sont vraies ou fausses, en fonction de la valeur logique des assertions $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, etc.

Définition *(négation)*

Soit $\mathcal{A}$ une proposition.

On définit l'assertion $\overline{\mathcal{A}}$ (ou encore "non $\mathcal{A}$", ou encore $\neg\,\mathcal{A}$) de la manière suivante :

$\overline{\mathcal{A}}$ est vraie quand $\mathcal{A}$ est fausse, et fausse quand $\mathcal{A}$ est vraie.

Définition *(disjonction et conjonction)*

Soit $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ deux propositions.

On définit les assertions "$\mathcal{A}$ ou $\mathcal{B}$" (disjonction) et "$\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$" (conjonction) :

- "$\mathcal{A}$ ou $\mathcal{B}$" est vraie quand l'une au moins des deux assertions $\mathcal{A}, \mathcal{B}$ est vraie.
- "$\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$" est vraie quand les deux assertions $\mathcal{A}, \mathcal{B}$ sont vraies.

Remarque

On note également $\mathcal{A} \wedge \mathcal{B}$ plutôt que "$\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$", et $\mathcal{A} \vee \mathcal{B}$ plutôt que "$\mathcal{A}$ ou $\mathcal{B}$"

Définition *(implication et équivalence)*

Soit $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ deux propositions.

- On définit l'assertion "$\mathcal{A}$ implique $\mathcal{B}$" (notée $\mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{B}$) de la manière suivante :

  L'assertion $\mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{B}$ est vraie quand $\mathcal{A}$ est fausse (le "faux implique n'importe quoi") ou quand $\mathcal{A}, \mathcal{B}$ sont vraies.
- On définit l'assertion "$\mathcal{A}$ équivaut à $\mathcal{B}$" (notée $\mathcal{A} \Leftrightarrow \mathcal{B}$) de la manière suivante :

  L'assertion $\mathcal{A} \Leftrightarrow \mathcal{B}$ est vraie si $\mathcal{A}, \mathcal{B}$ sont toutes les deux vraies ou toutes les deux fausses.

I.3 Tableaux de vérité

La définition des propositions précédentes est résumée dans les *tableaux de vérité* ci-dessous.

$\mathcal{A}$	$\overline{\mathcal{A}}$
V	F
F	V

$\mathcal{A}$	$\mathcal{B}$	$\mathcal{A}\,\text{ou}\,\mathcal{B}$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

$\mathcal{A}$	$\mathcal{B}$	$\mathcal{A}\,\text{et}\,\mathcal{B}$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

$\mathcal{A}$	$\mathcal{B}$	$\mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{B}$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

$\mathcal{A}$	$\mathcal{B}$	$\mathcal{A} \Leftrightarrow \mathcal{B}$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Les opérations précédentes peuvent être répétées pour former des assertions $\mathcal{P}(\mathcal{A},\mathcal{B},\mathcal{C},\ldots)$ dépendant d'assertions initiales $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$, etc.

Deux assertions $\mathcal{P}(\mathcal{A},\mathcal{B},\mathcal{C},\ldots)$ et $\mathcal{Q}(\mathcal{A},\mathcal{B},\mathcal{C},\ldots)$ ainsi formées sont dites *synonymes* (et on note $\mathcal{P} \equiv \mathcal{Q}$) si elles ont le même tableau de vérité.

I.4 Quelques synonymies classiques

Voici par exemple une redéfinition de l'implication : $(\mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{B}) \equiv (\overline{\mathcal{A}}\ \text{ou}\,\mathcal{B})$.
Soit $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$, etc. des assertions. On démontre les synonymies suivantes :

- *Double négation* : $\text{non}\,(\text{non}\,\mathcal{A}) \equiv \mathcal{A}$.
  On dit que la négation est une opération *involutive*.
- *Idempotence* : $\begin{cases} (\mathcal{A}\,\text{et}\,\mathcal{A}) \equiv \mathcal{A} \\ (\mathcal{A}\,\text{ou}\,\mathcal{A}) \equiv \mathcal{A} \end{cases}$
- *Commutativité* : $\begin{cases} (\mathcal{A}\,\text{et}\,\mathcal{B}) \equiv (\mathcal{B}\,\text{et}\,\mathcal{A}) \\ (\mathcal{A}\,\text{ou}\,\mathcal{B}) \equiv (\mathcal{B}\,\text{ou}\,\mathcal{A}) \end{cases}$
- *Associativité* : $\begin{cases} ((\mathcal{A}\,\text{et}\,\mathcal{B})\,\text{et}\,\mathcal{C}) \equiv (\mathcal{A}\,\text{et}\,(\mathcal{B}\,\text{et}\,\mathcal{C})) \\ ((\mathcal{A}\,\text{ou}\,\mathcal{B})\,\text{ou}\,\mathcal{C}) \equiv (\mathcal{A}\,\text{ou}\,(\mathcal{B}\,\text{ou}\,\mathcal{C})) \end{cases}$
- *Dualité* ou encore *Lois de De Morgan* : $\begin{cases} \text{non}(\mathcal{A}\,\text{et}\,\mathcal{B}) \equiv ((\text{non}\,\mathcal{A})\,\text{ou}\,(\text{non}\,\mathcal{B})) \\ \text{non}(\mathcal{A}\,\text{ou}\,\mathcal{B}) \equiv ((\text{non}\,\mathcal{A})\,\text{et}\,(\text{non}\,\mathcal{B})) \end{cases}$
- *Double implication* : $(\mathcal{A} \Leftrightarrow \mathcal{B}) \equiv ((\mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{B})\,\text{et}\,(\mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{A}))$.
- *Distributivité* : $\begin{cases} (\mathcal{A}\,\text{ou}\,(\mathcal{B}\,\text{et}\,\mathcal{C})) \equiv ((\mathcal{A}\,\text{ou}\,\mathcal{B})\,\text{et}\,(\mathcal{A}\,\text{ou}\,\mathcal{C})) \\ (\mathcal{A}\,\text{et}\,(\mathcal{B}\,\text{ou}\,\mathcal{C})) \equiv ((\mathcal{A}\,\text{et}\,\mathcal{B})\,\text{ou}\,(\mathcal{A}\,\text{et}\,\mathcal{C})) \end{cases}$

Proposition *(deux figures classiques du raisonnement)*

Les deux synonymies suivantes sont à la base de raisonnements mathématiques classiques :
- *Par la contraposée* : $(\mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{B}) \equiv ((\text{non}\,\mathcal{B}) \Rightarrow (\text{non}\,\mathcal{A}))$.
- *Par l'absurde* : $(\mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{B}) \equiv \text{non}\,(\mathcal{A}\,\text{et}\,\text{non}\,\mathcal{B})$.

Quand on énonce une assertion, c'est pour affirmer qu'elle est vraie. D'ailleurs "$\mathcal{A}$ est vraie" est synonyme de l'assertion "$\mathcal{A}$" (et synonyme de "($\mathcal{A}$ est vraie) est vraie"...).

On écrira par exemple "$\mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{B}$" plutôt que d'écrire "$\mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{B}$ est vraie".

Proposition *(deux implications classiques)*

Soit $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ et $\mathcal{C}$ trois propositions. Les implications ci-dessous sont vraies :
- Le *syllogisme* : $((\mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{B}) \text{ et } (\mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{C})) \Rightarrow (\mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{C})$.
- La *disjonction des cas* : $((\mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{C}) \text{ et } (\mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{C})) \Rightarrow ((\mathcal{A} \text{ ou } \mathcal{B}) \Rightarrow \mathcal{C})$.

Remarque :

Les assertions "$\mathcal{A} \equiv \mathcal{B}$" et "$\mathcal{A} \Leftrightarrow \mathcal{B}$" sont proches. La première exprime que $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ sont vraies ou fausses en même temps, indépendamment de la signification des assertions sur lesquelles elles sont construites, en toute généralité. La deuxième exprime plutôt la constatation que $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ sont vraies ou fausses en même temps, dans un contexte précis.

Il n'y a donc pas beaucoup de risque à les confondre.

I.5 Conditions nécessaires et/ou suffisantes

On considère deux assertions $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$.

On suppose que "$\mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{B}$" est vraie.

Le tableau ci-contre illustre les trois cas possibles :

$\mathcal{A}$	$\mathcal{B}$	$\mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{B}$
V	V	V
F	V	V
F	F	V

Définition

Soit $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ deux assertions. Pour exprimer que $\mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{B}$ est vraie, on dit indifféremment :
- L'assertion $\mathcal{A}$ est une *condition suffisante* de l'assertion $\mathcal{B}$.
- L'assertion $\mathcal{B}$ est une *condition nécessaire* de l'assertion $\mathcal{A}$.
- Pour que $\mathcal{A}$ (soit vraie) il *faut* que $\mathcal{B}$ (soit vraie).
- Pour que $\mathcal{B}$ (soit vraie), il *suffit* que $\mathcal{A}$ (soit vraie).
- $\mathcal{B}$ (est vraie) *si* $\mathcal{A}$ (est vraie).
- $\mathcal{A}$ (est vraie) *seulement si* $\mathcal{B}$ (est vraie).

Définition

Soit $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ deux assertions. Pour exprimer que $\mathcal{A} \Leftrightarrow \mathcal{B}$ est vraie, on dit indifféremment :
- $\mathcal{A}$ est une condition *nécessaire et suffisante* (CNS) de $\mathcal{B}$.
- $\mathcal{A}$ (est vraie) *si et seulement si* $\mathcal{B}$ (est vraie).
- Pour que $\mathcal{A}$ (soit vraie), *il faut et il suffit* que $\mathcal{B}$ (soit vraie).

Dans ces énoncés on peut bien sûr échanger le rôle de $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$.

I.6 Prédicats et quantificateurs

Définition

Un *prédicat* est un énoncé $\mathcal{A}$ contenant des *variables* $x, y, \ldots$ qu'on peut remplacer par des éléments de tel ou tel ensemble, produisant ainsi des assertions $\mathcal{A}(x, y, \cdots)$ valides.

Dans un premier temps, on ne considérera que des prédicats à une variable x (x pouvant être remplacé par les éléments d'un ensemble E, appelé le *référentiel* du prédicat).

Si pour un élément x de E, l'assertion $\mathcal{A}(x)$ est vraie, on dit que x *vérifie la propriété* $\mathcal{A}$, et on écrit simplement "$\mathcal{A}(x)$" plutôt que "$\mathcal{A}(x)$ est vraie".

Définition *(quantificateurs)*

Soit $\mathcal{A}$ un prédicat de référentiel E.

- "$\exists\, x \in E, \mathcal{A}(x)$" exprime qu'au moins un élément x de E vérifie la propriété $\mathcal{A}$.
  On dit que "$\exists$" est le *quantificateur existentiel*.
- "$\forall\, x \in E, \mathcal{A}(x)$" exprime que tout élément x de E vérifie la propriété $\mathcal{A}$.
  On dit que "$\forall$" est le *quantificateur universel*.
- "$\exists\,!\, x \in E, \mathcal{A}(x)$" exprime qu'un et un seul élément x de E vérifie la propriété $\mathcal{A}$.

Proposition *(négation d'une proposition avec quantificateur)*

Soit $\mathcal{A}$ un prédicat de référentiel E. On a les synonymies suivantes :

- $\text{non}\ (\exists\, x \in E, \mathcal{A}(x)) \equiv (\forall\, x \in E, \text{non}\, \mathcal{A}(x))$.
- $\text{non}\ (\forall\, x \in E, \mathcal{A}(x)) \equiv (\exists\, x \in E, \text{non}\, \mathcal{A}(x))$.

On peut construire des assertions avec plusieurs quantificateurs, notamment sur des prédicats $\mathcal{A}(x, y, \cdots)$ à plusieurs variables. Dans ce cas, on prendra garde à l'ordre de ces quantificateurs.

Exemple : "$\forall\, x \in E, \exists\, y \in F, \mathcal{A}(x, y)$" n'est pas synonyme de "$\exists\, y \in F, \forall\, x \in E, \mathcal{A}(x, y)$".

On le vérifie avec les assertions : "$\forall\, x \in \mathbb{N}, \exists\, y \in \mathbb{N}, x \leq y$" et "$\exists\, y \in \mathbb{N}, \forall\, x \in \mathbb{N}, x \leq y$".

I.7 Quelques bons conseils

Dans le raisonnement logique, la syntaxe est primordiale. Elle va de pair avec la clarté du style. Quelques bonnes habitudes doivent être prises :

- Indiquer clairement les hypothèses de la démonstration, et quel résultat on veut obtenir.
- Mettre en évidence les liens logiques entre les phases successives de la démonstration.
  Le symbole "$\Rightarrow$" n'est pas innocent. Son emploi doit être justifié.
- Ne pas mélanger les symboles "$\Rightarrow$" et "$\Leftrightarrow$".
- Dans une proposition "à tiroirs", utiliser des parenthèses pour lever toute ambiguïté.
  Ainsi la proposition $(\mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{B}) \Rightarrow \mathcal{C}$ n'est pas synonyme de $\mathcal{A} \Rightarrow (\mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{C})$.

– Eviter d'utiliser exclusivement le langage de la logique formelle (propositions, quantificateurs) là où on peut s'exprimer "en français". En particulier, on ne mélangera pas les deux styles. On évitera d'écrire, par exemple : "pour tout $x \in E$,...").

– Varier le style, pour éviter toute sécheresse. Le mot "donc", par exemple, possède plusieurs synonymes : "on en déduit", "il s'ensuit", "par conséquent", etc.

II Le langage des ensembles

II.1 Ensembles et éléments

On ne se risque pas à donner une définition de ces notions premières.

– On dit qu'un *ensemble* E est constitué d'*éléments* et qu'un élément a *appartient* à E (on écrit : $a \in E$) ou n'appartient pas à E (on écrit : $a \notin E$).

  Deux ensembles E, F sont dits *égaux* (on note $E = F$) s'ils sont formés des mêmes éléments.

  Par convention l'*ensemble vide*, noté $\emptyset$, est un ensemble ne contenant aucun élément.

– Un ensemble E peut être *fini* ou *infini*.

  S'il est fini, il peut être donné en *extension*, c'est-à-dire par la liste (non ordonnée) de ses éléments. Par exemple $E = \{2, 3, 5, 7, 11\}$.

  Dans une écriture comme $E = \{a, b, c, \ldots\}$ les éléments a, b, c, etc. sont à priori supposés distincts. L'ordre dans lequel ils sont donnés n'a aucune importance.

– Un ensemble $E = \{a\}$, formé d'un seul élément, est appelé un *singleton*.

  Un ensemble $E = \{a, b\}$, formé de deux éléments distincts, est appelé une *paire*.

– S'il est infini (ou même fini), E peut être donné en *compréhension*, c'est-à-dire par une propriété caractérisant ses éléments.
  Par exemple $P = \{n \in \mathbb{N}, n \text{ premier}\}$ est l'ensemble des nombres premiers.
  $E = \{n \in P, n \leq 11\}$ est alors l'ensemble des nombres premiers inférieurs ou égaux à 11 (on retrouve l'ensemble $E = \{2, 3, 5, 7, 11\}$.)

– Il y a bien d'autres conventions pour définir ou nommer des ensembles. Par exemple :
  - ◇ Si a, b sont deux réels, $[a, b[$ est l'ensemble des réels x qui vérifient $a \leq x < b$.
  - ◇ Si E est un ensemble, $\mathcal{P}(E)$ est l'ensemble des parties de E.
  - ◇ Certains ensembles ont des noms consacrés par l'usage : $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$, ...

II.2 Opérations sur les ensembles

A partir de deux ensembles E et F, on peut en construire d'autres :

Définition *(intersection et réunion)*

Soit E et F deux ensembles.
$E \cap F$ est l'ensemble formé des éléments qui sont à la fois dans E et dans F.
$E \cup F$ est l'ensemble formé des éléments qui sont dans l'un au moins des ensembles E et F.

Définition *(ensembles disjoints)*

On dit que E, F sont *disjoints* si $E \cap F$ est vide.
Dans ce cas, on dit que $E \cup F$ est une d'*union disjointe*.

Remarque

On ne confondra pas *distincts* et *disjoints* :

Dire que E et F sont distincts, c'est dire : $(\exists\, x \in E, x \notin F)$ ou $(\exists\, x \in F, x \notin E)$.

Dire que E et F sont disjoints, c'est dire : $(\forall\, x \in E, x \notin F)$ et $(\forall\, x \in F, x \notin E)$.

Définition *(différence et différence symétrique)*

Soit E et F deux ensembles.

- *Différence*
  L'ensemble $E \setminus F$ est formé des éléments qui sont dans E mais qui ne sont pas dans F.
- *Différence symétrique*
  On note $E\Delta F$ l'ensemble $(E \cup F) \setminus (E \cap F)$.
  C'est l'ensemble des éléments qui sont dans un et un seul des deux ensembles E et F.

Remarques

- On dit encore que $E \setminus F$ est le *complémentaire* de F dans E et on peut le noter $\complement_E F$.
- Une définition équivalente de la différence symétrique est :
  $E\Delta F = (E \setminus F) \cup (F \setminus E)$ (c'est une union disjointe).

Définition *(n-uplets et produit cartésien)*

Soit $E_1, E_2, \ldots, E_n$ n ensembles (non nécessairement distincts deux à deux), avec $n \geq 2$.

- Pour tout entier k (compris entre 1 et n), soit x_k un élément de l'ensemble E_k.
  $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ est appelé un *n-uplet* de *composantes* $x_1, x_2, \ldots, x_n$ (dans cet ordre).
- On appelle *produit cartésien* de E_1, E_2, …, E_n, et on note $E_1 \times E_2 \times ... \times E_n$, l'ensemble des n-uplets $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$.
  Par exemple, $E \times F = \{(a, b), a \in E, b \in F\}$.

Remarques

- Un n-uplet est donc le moyen de regrouper n éléments dans un ordre bien défini.
- On parle de *couple* si $n = 2$, de *triplet* si $n = 3$, de *quadruplet* si $n = 4$, etc.
- On ne confondra pas (par exemple) la *paire* $\{a, b\}$ avec le *couple* (a, b) :
  - ◇ Si a et b sont différents, les couples (a, b) et (b, a) désignent en effet deux objets différents, alors que $\{a, b\}$ et $\{b, a\}$ désignent le même ensemble.
  - ◇ De même si $a = b$: l'ensemble $\{a, b\}$ se réduit au singleton $\{a\}$, alors que (a, a) est toujours un couple (mais dont les deux composantes sont égales).
- Si $E_1, E_2, \ldots, E_n$ sont égaux à un même ensemble E, on note E^n plutôt que $E \times E \times \cdots \times E$.
- Par définition, la *diagonale* de E^2 est l'ensemble $\Delta = \{(x, x), x \in E\}$.

II.3 Parties d'un ensemble

Définition

Soit E et F deux ensembles.

- On dit qu'un ensemble F est *inclus* dans un ensemble E, et on note $F \subset E$, pour exprimer que tout élément de F est également élément de E.
  On dit encore que E *contient* F, ou que F est une *partie* (ou un *sous-ensemble*) de E.
- On note $\mathcal{P}(E)$ l'ensemble des parties de l'ensemble E.

Remarques

- Evidemment, si $E \subset F$ et $F \subset G$, alors $E \subset G$.
- On a l'équivalence $A \in \mathcal{P}(E) \Leftrightarrow A \subset E$.
  De même : $a \in E \Leftrightarrow \{a\} \subset E \Leftrightarrow \{a\} \in \mathcal{P}(E)$.
  Les *ensembles* E et $\emptyset$ sont toujours des *éléments* de $\mathcal{P}(E)$.
- La réunion, l'intersection, la différence symétrique sont des *opérations binaires* sur $\mathcal{P}(E)$, en ce sens qu'à deux éléments de $\mathcal{P}(E)$ elles associent un élément de $\mathcal{P}(E)$.
- Si aucune confusion n'est à craindre sur l'ensemble E, on notera $\overline{A}$ le complémentaire d'une partie A de E : c'est encore une partie de E.
  Le passage au complémentaire est donc une opération *unaire* sur $\mathcal{P}(E)$.

II.4 Opérations sur les parties d'un ensemble

On observe que si $\mathcal{A}(x)$ et $\mathcal{B}(x)$ sont deux prédicats basés sur E, alors :

- $\{x \in E, \mathcal{A}(x)\} \cup \{x \in E, \mathcal{B}(x)\} = \{x \in E, \mathcal{A}(x) \,\text{ou}\, \mathcal{B}(x)\}$.
- $\{x \in E, \mathcal{A}(x)\} \cap \{x \in E, \mathcal{B}(x)\} = \{x \in E, \mathcal{A}(x) \,\text{et}\, \mathcal{B}(x)\}$.
- Le complémentaire dans E de $\{x \in E, \mathcal{A}(x)\}$ est $\{x \in E, \text{non}\, \mathcal{A}(x)\}$.

De cette remarque et des propriétés des opérations sur les assertions, on déduit les propriétés suivantes des opérations sur $\mathcal{P}(E)$. A, B, C désignent ici trois parties quelconques de E.

- *Double passage au complémentaire :* $\overline{\overline{A}} = A$.
- *Idempotence :* $\begin{cases} A \cap A = A \\ A \cup A = A \end{cases}$
- *Commutativité :* $\begin{cases} A \cap B = B \cap A \\ A \cup B = B \cup A \end{cases}$
- *Associativité :* $\begin{cases} (A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C) \\ (A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C) \end{cases}$
- *Distributivité :* $\begin{cases} A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \\ A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \end{cases}$
- *Dualité :* $\begin{cases} \overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B} \\ \overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B} \end{cases}$
- *Partie vide et partie pleine :* $\begin{cases} A \cup \emptyset = A \\ A \cap \emptyset = \emptyset \\ A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow A \subset \overline{B} \end{cases}$ $\begin{cases} A \cap E = A \\ A \cup E = E \\ A \cup B = E \Leftrightarrow \overline{B} \subset A \end{cases}$