



FONCTIONS DE PLUSIEURS VARIABLES

ENONCE de l'EXERCICE

ENONCE :

On cherche les applications de classe C^2 de \mathbb{R}^2 dans lui même vérifiant :

$$(1) \quad \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y) - \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x, y) = 0$$

1) Montrer que $f : (x, y) \mapsto e^{x+y} - 2(x+y) + (x-y)^2$ vérifie **(1)**. Trouver les extrema de f .

2) Cas général : soit f de classe C^2 sur \mathbb{R}^2 , posons $g(u, v) = f\left(\frac{u+v}{2}, \frac{u-v}{2}\right)$.

a) Si l'on note $x : (u, v) \mapsto \frac{u+v}{2}$ et $y : (u, v) \mapsto \frac{u-v}{2}$, on peut écrire $u = x+y$ et $v = x-y$, puis

$f(x, y) = g(x+y, x-y)$. Calculer alors $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y)$ et $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x, y)$ en fonction des dérivées partielles de g .

c) Résoudre alors l'équation **(1)**.