



FONCTIONS DE PLUSIEURS VARIABLES

ENONCE DE L'EXERCICE

ENONCE :

1) On considère les fonctions f et g définies sur \mathbb{R}^* par :

$$f(x) = x - \frac{1}{x} \quad \text{et} \quad g(x) = \ln|x|.$$

Etudier ces deux fonctions ; déterminer les points communs et la position relative de leurs courbes représentatives.

2) Soit F la fonction définie de \mathbb{R}^2 dans \mathbb{R} par :

$$F(x, y) = xe^y + ye^x.$$

Déterminer les extremum éventuels de F .

3) Etudier le signe des expressions $G(x) = F(-1 + x, -1 + x) + \frac{2}{e}$ et $H(x) = F(-1 + x, -1) + \frac{2}{e}$ et confirmer le résultat de la question précédente.

INDICATIONS DE SOLUTION

Dans la question 2) on pourra montrer que le système donnant les points critiques (x, y) est équivalent à

$$\begin{cases} e^y = -ye^{\frac{1}{y}} \\ x = \frac{1}{y} \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} y - \frac{1}{y} = \ln(-y) = \ln|y| \\ y < 0 \\ x = \frac{1}{y} \end{cases} \text{ et étudier la première équation .}$$