

**FONCTIONS DE PLUSIEURS VARIABLES****ENONCE DE L'EXERCICE****ENONCE :**

1) On considère les fonctions  $f$  et  $g$  définies sur  $\mathbb{R}^*$  par :

$$f(x) = x - \frac{1}{x} \quad \text{et} \quad g(x) = \ln|x|.$$

Etudier ces deux fonctions ; déterminer les points communs et la position relative de leurs courbes représentatives.

2) Soit  $F$  la fonction définie de  $\mathbb{R}^2$  dans  $\mathbb{R}$  par :

$$F(x, y) = xe^y + ye^x.$$

Déterminer les extremum éventuels de  $F$ .

3) Etudier le signe des expressions  $G(x) = F(-1 + x, -1 + x) + \frac{2}{e}$  et  $H(x) = F(-1 + x, -1) + \frac{2}{e}$  et confirmer le résultat de la question précédente.

## INDICATIONS DE SOLUTION

Dans la question 2) on pourra montrer que le système donnant les points critiques  $(x, y)$  est équivalent à

$$\begin{cases} e^y = -ye^{\frac{1}{y}} \\ x = \frac{1}{y} \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} y - \frac{1}{y} = \ln(-y) = \ln|y| \\ y < 0 \\ x = \frac{1}{y} \end{cases} \text{ et étudier la première équation .}$$