VARIABLES A DENSITE

ENONCE DE L'EXERCICE

ENONCE :

On admettra ou on rappelle que si X et Y sont deux variables de densités respectives f et g, indépendantes, une densité de la somme $X+Y$ est h donnée par la formule :

$$\forall x \in \mathbb{R},\ h(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)g(x-t)dt = \int_{-\infty}^{+\infty} g(t)f(x-t)dt.$$

Formule appelée ‹‹ produit de convolution ›› de f et g.

1) Soit Y une variable aléatoire suivant la loi uniforme sur $[-2;2]$. Déterminer la loi de $-Y$.

2) Soit X et Y deux variables aléatoires indépendantes suivant la même loi uniforme sur $[-2;2]$.

a) Déterminer les lois de $S = X+Y$ et $D = X-Y$.

b) Donner la fonction de répartition de S.

© EDUKLUB SA
Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 5 pages.

INDICATIONS DE SOLUTION

1) $-Y$ suit la même loi que Y (chercher sa fonction de répartition)

2) a) pour déterminer h, prendre une densité f de X et écrire $h(x) = \frac{1}{4}\int_{-2}^{2} f(x-t)dt$ en ayant considéré $f(t)$ dans le produit de ‹‹ convolution ››, puis faire un changement de variable et positionner l'intervalle d'intégration par rapport à -2 et 2.

On trouvera $h(x) = 0$ si $x \notin [-4;4]$, $h(x) = \frac{x+4}{16}$ si $-4 \leq x \leq 0$ et $h(x) = \frac{4-x}{16}$ si $0 \leq x \leq 4$.

b) Pour la fonction de répartition H de S, distinguer les 4 cas : $x \leq -4$, $-4 \leq x \leq 0$, $0 \leq x \leq 4$ et $x \geq 4$. On trouvera respectivement :

$H(x) = 1$, $H(x) = \frac{(x-4)^2}{16}$, $H(x) = 1 - \frac{(4-x)^2}{16}$ et $H(x) = 1$.

Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 5 pages.