

**VARIABLES A DENSITE****ENONCE DE L'EXERCICE****ENONCE :**

Soit F une fonction continue sur \mathbb{R} et m un réel strictement positif. Pour tout réel x on pose

$$G(x) = \frac{1}{m} \int_x^{x+m} F(t) dt.$$

- 1) Montrer que, si F est la fonction de répartition d'une variable à densité X , alors G est la fonction de répartition d'une variable à densité que l'on notera Y .
- 2) Dans cette question, on suppose que X suit la loi exponentielle sur \mathbb{R}_+ de paramètre λ et $m = 1$.
 - a) Déterminer la fonction de répartition G .
 - b) En déduire une densité g de Y .

INDICATIONS DE SOLUTION

1) Pour les limites en $\pm\infty$, penser à encadrer G en utilisant les variations de F .

2) a) envisager 3 cas : $[x, x + 1] \subset \mathbb{R}^-$, $[x, x + 1] \subset \mathbb{R}^+$ et $0 \in]x, x + 1[$.

b) on trouvera
$$\begin{cases} g(x) &= 0 \text{ si } x \leq -1 \\ g(x) &= 1 - e^{-\lambda(x+1)} \text{ si } x \in [-1, 0] \\ g(x) &= (1 - e^{-\lambda})e^{-\lambda x} \text{ si } x \geq 0 \end{cases}$$