- CCP DEUG 2001 : Physique 2 -

• **ENONCE :** « Réflexion de la lumière sur un conducteur »

On se propose d'étudier les ondes électromagnétiques au voisinage d'un conducteur et d'envisager quelques applications de la réflexion de la lumière.

L'espace est rapporté, en coordonnées cartésiennes, à un repère orthonormé direct (Ox,Oy,Oz) de base $(\vec{e}_x,\vec{e}_y,\vec{e}_z)$.

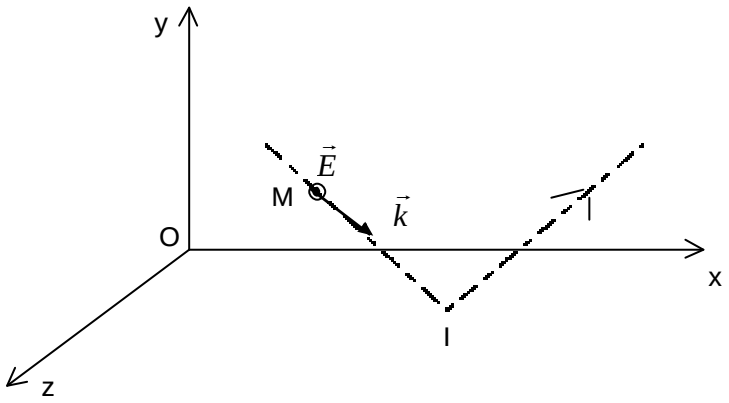
Dans le vide, on considère une onde plane progressive monochromatique polarisée rectilignement (O.P.P.M.R), de pulsation w et de vecteur d'onde $\vec{k}=k_x\vec{e}_x+k_y\vec{e}_y$, avec k_x et k_y constantes algébriques ; au point M, le champ électrique de cette onde s'écrit, en notation complexe :

$$\underline{\vec{E}}(\vec{r},t)=E_0\exp[j(wt-\vec{k}\cdot\vec{r})]\vec{e}_z \qquad \text{(avec } \vec{r}=\overrightarrow{OM} \text{ et } j^2=-1)$$

Cette onde **incidente** frappe la surface non chargée (plan xOz) d'un conducteur parfait, comme indiqué sur la figure 1.

On admet qu'une onde **réfléchie**, de pulsation w et de vecteur d'onde $\vec{k}'=k_x\vec{e}_x-k_y\vec{e}_y$, prend naissance sur ce conducteur : le phénomène obéit à la loi de Descartes sur la réflexion ; le champ électrique de cette onde réfléchie s'écrit, en notation complexe :

$$\underline{\vec{E}}'(\vec{r},t)=-E_0\exp[j(wt-\vec{k}'\cdot\vec{r})]\vec{e}_z$$



- figure 1 -

Données générales :

$c=3{,}00.10^8\,m.s^{-1}$: vitesse de la lumière dans le vide

$h=6{,}62.10^{-34}\,J.s$: constante de Planck

$e_0=8{,}84.10^{-12}\,N^{-1}.m^{-2}.C^2$: permittivité absolue du vide

$e_0m_0c^2=1$: relation entre permittivité et perméabilité du vide

- Partie A : Propagation guidée -

I. Composantes du champ magnétique de l'onde incidente

1.1) Déduire des équations de Maxwell la relation vectorielle qui existe entre les vecteurs $\vec{E},\vec{k}$ et le champ magnétique $\vec{B}$.

Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 11 pages.

1.2) Déterminer, en notation complexe, les composantes du champ $\vec{B}(\vec{r},t)$ de l'onde incidente.

II. Caractéristiques de l'onde réfléchie

2.1) Déterminer, en notation complexe, les composantes du champ $\vec{B}'(\vec{r},t)$ de l'onde réfléchie.

2.2) La figure 1 précise, au point M et à un instant donné, l'orientation du champ $\vec{E}$ et du vecteur $\vec{k}$; recopier et compléter ce schéma, en faisant apparaître le vecteur $\vec{B}$ correspondant. Sur le même principe, représenter les vecteurs $\vec{k}', \vec{E}'$ et $\vec{B}'$ de l'onde réfléchie.

III. Onde résultante

Les deux ondes, incidente et réfléchie, se superposent dans le demi-espace $y \geq 0$.

On rappelle que : $\exp(jq) = \cos q + j \sin q$

3.1) Calculer, en tout point M(x,y,z) de ce demi-espace, les composantes complexes du champ électrique résultant $\vec{E}_{tot}(x,y,z,t)$.

3.2) Même question pour le champ magnétique $\vec{B}_{tot}(x,y,z,t)$.

3.3) On s'intéresse aux caractéristiques de l'onde résultante :

3.3.1) Déterminer l'équation générale des plans équiphases.

3.3.2) En déduire la direction de propagation de cette onde.

3.4) Vérifier que sur la surface conductrice y=0, la composante tangentielle du champ $\vec{E}_{tot}$ et la composante normale du champ $\vec{B}_{tot}$ s'annulent (conditions de continuité lorsqu'on passe du vide dans un milieu parfaitement conducteur).

IV. Propagation entre deux plans conducteurs parallèles

Dans le vide, on place un deuxième plan conducteur parfait, non chargé, parallèlement au premier, en $y = a$ (avec $a \succ 0$) ; entre ces plans, l'onde subit des réflexions multiples. On impose la pulsation w_0 de l'onde incidente (avec $k = w_0 / c$), ainsi que l'angle d'incidence i_0.

4.1) Montrer que l'onde résultante ne peut se propager entre les deux plans que pour certaines valeurs de a ; exprimer ces valeurs en fonction de w_0 et de i_0.

4.2) Pour des raisons d'encombrement, on réduit la distance entre les deux plans parallèles à sa valeur minimale $a_{\min}$.

4.2.1) Pour que d'autres ondes électromagnétiques (w et i quelconques) puissent aussi se propager, montrer que leur pulsation w doit être supérieure à une valeur minimale appelée pulsation de coupure w_c.

4.2.2) Application numérique : $a_{\min} = 2{,}5cm$; calculer w_c.

4.3) On complète le montage précédent en disposant deux autres plans parfaitement conducteurs parallèlement au plan xOy, en $z = +a/2$ et $z = -a/2$; citer les deux propriétés caractéristiques de ce dispositif.

V. Application à la réflexion des ondes sur l'ionosphère

Pour une onde de fréquence n inférieure à 10 MHz, l'ionosphère (haute atmosphère d'altitude supérieure à 50 km) peut être assimilée à un conducteur parfait.

© EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 11 pages.

Pour une onde de fréquence plus élevée, l'ionosphère se comporte comme un milieu parfaitement transparent.

Le sol terrestre peut aussi, pour une large gamme de fréquences, être considéré comme un bon conducteur.

5.1) Les ondes radio-électriques de grande longueur d'onde (G.O), émises par un seul émetteur, sont pratiquement captées en tout point de la surface de la Terre : expliquer qualitativement.

5.2) Les ondes radio-électriques de courte longueur d'onde (télévision, F.M) nécessitent, quant à elles, des capteurs-réemetteurs dispersés sur tout le territoire, et espacés les uns des autres de 50 à 150 km : expliquer qualitativement.

- Partie B : Pression de radiation -

Dans le demi-espace $y \geq 0$ (figure 1), l'onde résultante $(\vec{E}_{tot}, \vec{B}_{tot})$ est la somme de l'onde incidente et de l'onde réfléchie.

Les champs électrique et magnétique étant nuls à l'intérieur du conducteur parfait ($y \prec 0$), les relations à la traversée de la surface permettent d'écrire, dans le vide, au voisinage immédiat du plan xOz :

$$\vec{E}_{tot}(y \to 0^+) = \frac{s}{e_0}\vec{e}_y \qquad \text{et} \qquad \vec{B}_{tot}(y \to 0^+) = m_0 \vec{j}_s \wedge \vec{e}_y$$

pour un plan xOz portant la charge surfacique s et étant parcouru par le vecteur densité surfacique de courant $\vec{j}_s$.

I. Charge et courant surfaciques à la surface du conducteur

1.1) Calculer la valeur de la charge surfacique s .

1.2) En déduire que ce miroir (y=0) n'est soumis à aucune force électrique de la part de l'onde électromagnétique.

1.3) Déterminer les composantes complexes du vecteur champ magnétique $\vec{B}_{tot}(x, y, z, t)$ au voisinage immédiat du conducteur (soit pour $y \to 0^+$).

1.4) En déduire les composantes complexes du vecteur densité surfacique de courant $\vec{j}_s$.

II. Pression de radiation

Un élément de surface dS du conducteur, placé dans le champ $\vec{B}_{tot}(y \to 0^+)$ et parcouru par le vecteur densité surfacique de courant $\vec{j}_s$, est soumis à une force élémentaire $d\vec{f}$.

2.1) Préciser, qualitativement, l'origine de cette force.

2.2) La force $d\vec{f}$ est définie par l'expression suivante (la démonstration de cette formule n'est pas demandée) : $$d\vec{f} = (1/2)[\vec{j}_s \wedge \vec{B}_{tot}(y \to 0^+)dS$$

2.2.1) Pourquoi cette force est-elle assimilée à une force pressante ? Exprimer, en fonction des vecteurs $\vec{j}_s$ et $\vec{B}_{tot}(y \to 0^+)$, la pression P de radiation.

2.2.2) Déterminer, en fonction de E_0 et de l'angle d'incidence i, l'expression de la valeur moyenne temporelle $\langle P \rangle$.

2.2.3) A.N : $E_0 = 2{,}07.10^5 V.m^{-1}$ (faisceau laser) ; $i = p/4$. Calculer $\langle P \rangle$.

© EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 11 pages.

- Partie C : Aspect corpusculaire de la réflexion -

Cette partie propose une théorie analogue à celle qui permet l'interprétation cinétique de la pression de gaz parfait.

L'onde électromagnétique incidente (O.P.P.M.R), de vecteur d'onde $\vec{k} = k_x\vec{e}_x + k_y\vec{e}_y$, se dirige vers la surface plane réfléchissante xOz (figure 1) ; au point M, le champ électrique de cette onde s'écrit, en notation complexe :

$$\underline{\vec{E}}(\vec{r},t) = E_0 \exp[\,j(wt - \vec{k}\cdot\vec{r})]\vec{e}_z \qquad \text{(avec } k = w/c,\ \vec{r} = \overrightarrow{OM} \text{ et } j^2 = -1\text{)}$$

I. Pression cinétique

1.1) En un point de l'espace parcouru par l'onde incidente, la densité volumique moyenne d'énergie électromagnétique vaut : $\langle u \rangle = (1/2)e_0E_0^2$

L'onde incidente peut être associée à un faisceau de photons de fréquence n, se propageant à la vitesse c dans la direction définie par le vecteur $\vec{k}$.

1.1.1) Rappeler, en fonction de n, l'expression de l'énergie E d'un photon.

1.1.2) Déterminer, en fonction de n et de E_0, la densité particulaire N^* (nombre de photons par unité de volume) dans le faisceau.

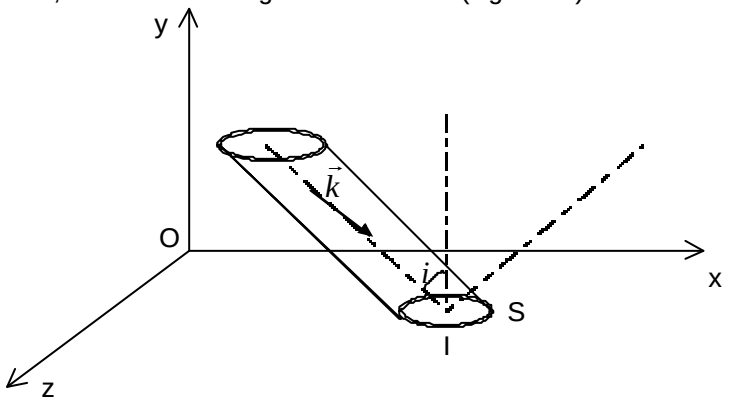
1.1.3) Le photon incident, de longueur d'onde associée l, possède la quantité de mouvement $\vec{p}$, avec $\|\vec{p}\| = h/l$ (relation de De Broglie) ; écrire la relation vectorielle entre la quantité de mouvement $\vec{p}$ et le vecteur d'onde $\vec{k}$.

1.2) L'onde électromagnétique se réfléchit sur la surface métallique y=0, conformément à la loi de Descartes ; les photons associés y subissent un choc élastique.

1.2.1) Ecrire les composantes du vecteur quantité de mouvement $\vec{p}\,'$ d'une particule, immédiatement après le choc.

1.2.2) En déduire les caractéristiques du vecteur $\Delta\vec{p}$, variation, au cours du choc, de la quantité de mouvement du photon.

1.3) On s'intéresse au nombre ΔN de grains de lumière, contenus dans le cylindre d'axe parallèle à $\vec{k}$ et atteignant la surface S (appartenant au plan xOz et centrée au point I), pendant la durée Δt ; on note i l'angle d'incidence (figure 2).



- figure 2 -

1.3.1) Déterminer ΔN en fonction de E_0, n, S, i et Δt.

Christian MAIRE
© EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 11 pages.