- CCP DEUG 2002 : Physique 2 -

• **ENONCE :** « Exploitation de l'énergie géothermique »

On se propose d'étudier une installation capable d'extraire et d'exploiter une partie de l'énergie thermique du sous-sol terrestre.

L'espace est rapporté, en coordonnées cartésiennes, à un repère orthonormé direct (Ox,Oy,Oz) de base ($\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$).

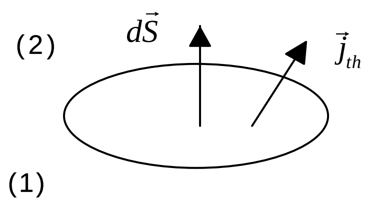
La croûte terrestre est considérée comme un solide homogène ; la surface libre de la Terre est le plan horizontal d'équation z=0, et le sous-sol correspond à des valeurs de z négatives.

I. Etude préliminaire du transfert de chaleur

1.1) Citer les différents processus de transfert thermique.

1.2) Illustrer chacun de ces processus par un exemple pris dans la vie courante.

1.3) Pour décrire les transferts de chaleur, on fait intervenir le vecteur densité de flux thermique $\vec{j}_{th}$, défini par son flux $d\Phi$ à travers une surface élémentaire $d\vec{S}$ orientée d'un milieu (1) vers un milieu (2), comme indiqué sur la figure 1 :



- figure 1 -

$d\Phi = \vec{j}_{th} \cdot d\vec{S}$ est la puissance thermique algébrique transférée à travers l'élément de surface $d\vec{S}$.

Si $d\Phi$ est positif, expliciter le sens de transfert effectif de puissance thermique entre (1) et (2) à travers l'élément de surface $d\vec{S}$.

1.4) Dans le cas d'un transfert thermique à travers un support solide, le vecteur $\vec{j}_{th}$ est défini par la relation phénoménologique : $\vec{j}_{th} = -l\,\overrightarrow{grad}T$, dans laquelle l représente la conductivité thermique du milieu ($l \succ 0$).

1.4.1) La loi de diffusion de la chaleur a été découverte par un physicien français : quel est son nom ?

1.4.2) Rappeler l'unité de l .

1.4.3) Donner la signification physique du signe « - » qui apparaît dans la définition du vecteur $\vec{j}_{th}$.

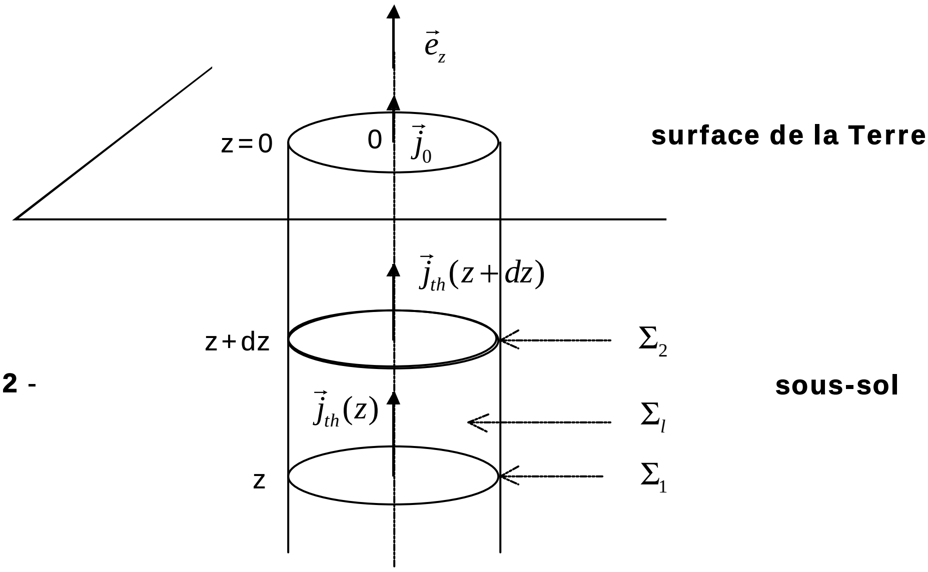
II. Evolution de la température dans le sous-sol

La chaleur se dirige du centre de la Terre vers la surface ; on admet un régime permanent et unidirectionnel : la température T de la croûte terrestre ne dépend que de la variable z. Par ailleurs, la conductivité thermique l du sous-sol est constante.

On considère la portion de sous-sol, de volume dt , délimitée par la surface fermée constituée des deux surfaces de base Σ_1 et Σ_2 et de la surface latérale Σ_l ; Σ_1 et Σ_2 , de surface

Σ, appartiennent respectivement aux plans d'ordonnée z et z+dz, alors que Σ_l est une surface cylindrique, de hauteur dz, dont les génératrices sont parallèles à l'axe Oz.

Soient $\vec{j}_{th}(z)$ et $\vec{j}_{th}(z+dz)$ les vecteurs densité de flux thermique définis aux cotes respectives z et z+dz (figure 2) ; à la surface de la Terre, $j_{th}(z=0)$ vaut j_0 (constante positive).



- figure 2 -

Soient dQ_1 et dQ_2 les quantités de chaleur qui traversent, respectivement, les surfaces Σ_1 et Σ_2, entre les instants t et t+dt.

2.1) Exprimer dQ_1 en fonction de l, Σ, dt et d'une dérivée partielle de T ; préciser la valeur de la variable de la dérivée partielle.

2.2) Mêmes questions pour dQ_2.

2.3) Démontrer que le volume dt n'échange aucune quantité de chaleur à travers la surface latérale Σ_l.

2.4) On suppose, dans ce paragraphe, qu'il n'y a pas de source thermique dans la croûte terrestre, et que la chaleur ne fait que s'y propager ; à la surface du sol, la température est constante : $T(0^-) = T_0$.

2.4.1) d^2Q est la quantité de chaleur totale reçue par le volume dt entre les instants t et t+dt ; exprimer d^2Q en fonction de dQ_1 et dQ_2.

2.4.2) On suppose, en régime permanent, qu'il ne se produit aucune accumulation de chaleur en tout point du sous-sol ; en déduire l'équation différentielle vérifiée par $T(z)$.

2.4.3) Etablir, en fonction de j_0, l, T_0 et z, l'expression littérale de la fonction $T(z)$

2.4.4) Tracer l'allure de la courbe représentative de la fonction $T(z)$.

2.5) En réalité, de l'énergie thermique est libérée à l'intérieur de la croûte terrestre, avec une puissance volumique m, supposée constante.

2.5.1) Quelle est l'origine probable de ce phénomène ?

2.5.2) Expliciter l'expression de la chaleur d^2Q_{lib} libérée par le volume dt pendant la durée dt.

2.5.3) d^2Q est la quantité de chaleur totale reçue par le volume dt entre les instants t et t+dt : exprimer d^2Q en fonction de dQ_1, dQ_2 et dQ_{lib}.

2.5.4) On suppose, en régime permanent, qu'il ne se produit aucune accumulation de chaleur en tout point du sous-sol ; en déduire l'équation différentielle vérifiée par $T(z)$.

2.5.5) Etablir l'expression littérale de la fonction $T(z)$.

2.5.6) A.N : $m = 5.10^{-6} W.m^{-3}$; $l = 2{,}5\ U.S.I$; $j_0 = 0{,}1\ W.m^{-2}$; $T_0 = 285 K$

2.5.6.1) Calculer la puissance thermique P_{lib} libérée dans un volume de $1 km^3$ de roche.

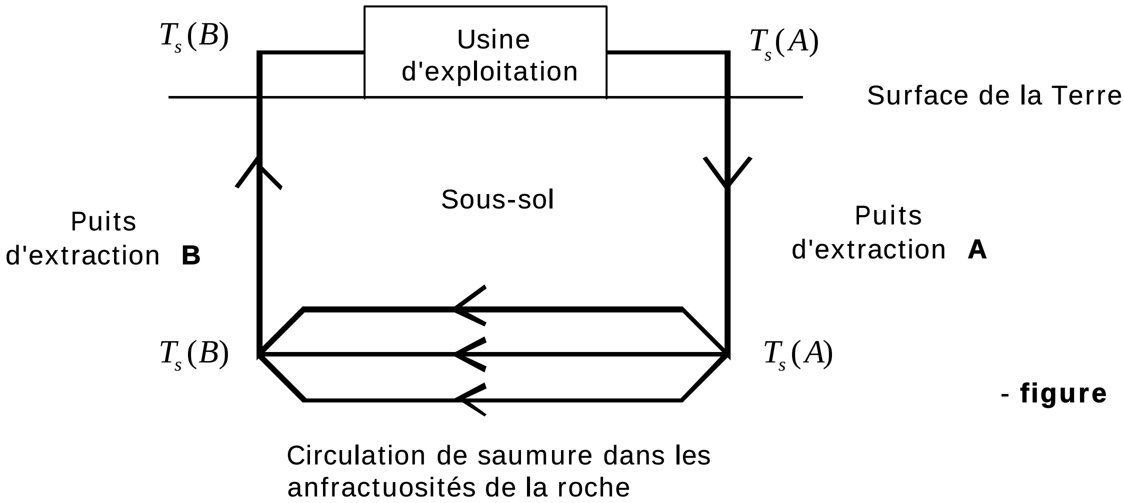
2.5.6.2) A quelle profondeur doit-on descendre pour atteindre la température de $473 K$?

III. L'exploitation thermique

On fore deux puits verticaux voisins **A** et **B** dans une région où les couches géologiques profondes présentent des anfractuosités naturelles (ou obtenues artificiellement à l'aide d'explosifs).

Grâce au puits **A**, on injecte, dans le sous-sol, une solution saline froide (S) appelée saumure, à la température $T_s(A)$; au contact de la roche, le liquide se réchauffe puis est remonté en surface, à la température $T_s(B)$, grâce au puits d'extraction **B**.

Dans l'usine d'exploitation, une partie de l'énergie thermique de la saumure est prélevée : la solution, alors refroidie à la température $T_s(A)$, est à nouveau réinjectée, et le cycle recommence (figure 3).



- figure 3 -

La saumure, de coefficient thermique (ou capacité thermique) massique c_{ps} constant, circule avec un débit massique q_s.

3.1) Exprimer, en fonction des données de l'énoncé, la puissance thermique P_s prélevée à la saumure par l'usine d'exploitation.

3.2) La saumure chaude joue le rôle de source chaude pour un moteur thermique ditherme, pour lequel la source froide est l'eau d'un fleuve dont la température T_F est constante ; on imagine un fonctionnement **réversible** de cette machine, dans le but d'évaluer la puissance mécanique maximale $P_{méca}$ récupérable.

3.2.1) On envisage d'abord le cas simple où le moteur thermique fonctionne avec deux sources dont les températures sont constantes (T_s pour la source chaude et T_F pour la source froide) ; établir, en fonction de T_s et T_F, l'expression du rendement maximal $r_{\max}$ de ce moteur.

3.2.2) En réalité, dans l'usine, la saumure se comporte comme une pseudo-source dont la température $T_s(t)$ varie de $T_s(B)$ à $T_s(A)$.

3.2.2.1) Exprimer littéralement, dans ce cas, la puissance thermique P_F cédée à la source froide.

3.2.2.2) En déduire l'expression littérale de la puissance maximale récupérable $P_{méca}$.

3.2.2.3) Application numérique : $T_s(A)=340K;\ T_s(B)=473K;\ T_F=285K$

$c_{ps}=4{,}2.10^3\,J.kg^{-1}.K^{-1};\ q_s=50kg.s^{-1}$

Calculer la puissance $P_{méca}$ et le rendement global $h_{\max}$.

IV. Pression à l'intérieur des puits

Les puits sont entièrement remplis de saumure, de masse volumique r constante. Le champ de pesanteur $\vec{g}=-g\vec{e}_z$ est considéré comme constant dans toute la croûte terrestre. On néglige la vitesse du fluide dans les canalisations et l'on suppose vérifiée la relation fondamentale de la statique des fluides : $r\,\vec{g}=\overrightarrow{gradP}$. La pression, en tête de puits (z=0), vaut P_0.

4.1) Déterminer l'expression littérale de la pression $P(z)$ à l'intérieur du forage.

4.2) La saumure est extraite à une profondeur d'environ 5500m et à une température de +200°C, température que le fluide conserve tout au long de sa remontée, dans le puits **B**.

4.2.1) On admet que la pression de vapeur saturante de la saumure, dont l'eau est le constituant principal, est donnée par la formule empirique de Duperray :

$P_v(q)=P_0\times\left(\dfrac{q}{100}\right)^4$, avec la température q exprimée en °C (formule valable pour $q\geq 100°C$).

Quel phénomène gênant peut-il se produire dans le puits **B**, lors de la remontée du fluide ?

4.2.2) Application numérique : $P_0=10^5\,Pa;\ r=1065kg.m^{-3};\ g=9{,}8m.s^{-2}$

4.2.2.1) Calculer la pression du fluide, à une profondeur de 5500m.

4.2.2.2) A quelle profondeur le phénomène gênant mentionné précédemment risque-t-il d'intervenir ?

4.2.2.3) A quelle pression doit-on soumettre le fluide, en tête de puits, pour éviter ce phénomène ?

4.3) On souhaite vérifier si l'hypothèse d'une saumure incompressible, à de telles pressions, est raisonnable. On admet que ce liquide est un fluide d'équation d'état $f(P,V,T)=0$, pour lequel le coefficient de compressibilité isotherme c, constant, s'écrit : $c=-\dfrac{1}{V}\left(\dfrac{\partial V}{\partial P}\right)_T$. La saumure occupe initialement, sous une pression donnée, le volume V_0 : une augmentation de pression isotherme ΔP provoque une variation relative $e=\dfrac{\Delta V}{V_0}$ de son volume.

4.3.1) Exprimer, en fonction de c et ΔP, la variation relative de volume e.

4.3.2) Application numérique : $c=11{,}4.10^{-10}\,Pa^{-1}$

4.3.2.1) Calculer e lorsque la saumure passe, à température constante, de la cote z=0 à la cote z=5500m.